

Grundkonzeption des ZAHLENBUCHS

Unsere Arbeit ist von der Überzeugung getragen, dass die Reform des Mathematikunterrichts nur in einem stetigen Prozess gelingen kann. Auch bei der Entwicklung des ZAHLENBUCHS wurde daher bewusst die bewährte Praxis des Mathematikunterrichts der Grundschule aufgenommen und weitergeführt. Im Mittelpunkt des Werkes stehen die zentralen Inhalte der Arithmetik (Einspluseins, Einmaleins, halbschriftliches Rechnen, schriftliche Rechenverfahren) und deren Anwendungen auf das Sachrechnen, die nach wie vor den Kern des Unterrichts ausmachen. Unter der Devise „Weniger ist mehr“ wurde zurückgegriffen auf altbewährte Anschauungsmittel (Wendeplättchen, Zehnerfeld, Zwanzigerfeld, Hundertertafel, Stellentafel, Zahlenstrahl und Rechenstrich), die durch passende Neuentwicklungen komplettiert wurden (Wendekarten, Poster zum Einspluseins und Einmaleins, Tausenderbuch, Sortierkarten). Die Ergebnisse der Hirnforschung zeigen, dass ein Teil unseres Gehirns auf die Erkennung und Verarbeitung von Zeichen, insbesondere von Zahlen, der andere auf die Erkennung und Verarbeitung von Bildern spezialisiert ist. Um beide Teile zu aktivieren wird im ZAHLENBUCH die Geometrie von der Frühförderung an besonders gepflegt. Sie bildet einen schlüssigen Lehrgang. Dies kommt auch der Arithmetik und dem Sachrechnen zugute, denn in beiden Bereichen werden geometrische Darstellungen vielfach benutzt (Punktmuster, Zahlenstrahl, Diagramme, Situationsskizzen usw.) Schon bei ersten Ausgabe 1994/97, also lange vor den Bildungsstandards, wurden in das ZAHLENBUCH auch die Elemente neuer Inhaltsbereiche (Stochastik¹, Kombinatorik) aufgenommen und organisch mit den klassischen Inhaltsbereichen verbunden. In der betont *fachlichen Fundierung* und im *ganzheitlichen Zugang zum Lernen* wurden im Projekt „mathe 2000“ und im ZAHLENBUCH neue Wege beschritten, die gerade heute angesichts der gegenwärtigen Herausforderungen an den Unterricht hochaktuell sind. Diese Wege sind insofern nicht völlig neu, als sie von fortschrittlichen Mathematikdidaktikern vorgezeichnet waren. Für ihre konsequente praktische Umsetzung in der Breite ist das ZAHLENBUCH das Original.

Fachliche Fundierung: Mathematik als Wissenschaft von Mustern

Früher hat man die Mathematik einerseits als Werkzeug für viele Berufsfelder und andererseits als systematisch geordnetes Gebäude mathematischer Theorien unterrichtet und Lehren als Wissensvermittlung verstanden. Heute wird die Mathematik als lebendige „Wissenschaft von Mustern und Strukturen“ gesehen.² Der Unterricht orientiert sich weniger an der fertigen Mathematik, sondern mehr an den individuellen und sozialen *Prozessen*, die zu mathematischem Wissen führen. Diese Prozesse verlaufen naturgemäß nicht glatt. Genauso wie mathematische Forscher müssen auch die Lernenden ihren Weg zu Erkenntnissen suchen. Fehler sind dabei unvermeidlich. Aus ihnen in der Diskussion mit anderen Lernenden Lehren zu ziehen, gehört zum Wesen des Lernens. Im ZAHLENBUCH wird diesem aktiven und interaktiven Wissenserwerb konsequent Raum gegeben (s. Kapitel 2).

¹ Ausführlicher Stoffverteilungsplan auf CD-ROM im Begleitband und im Internet zum Download www.zahlenbuchfanclub.de.

² s. dazu Wittmann, E. Ch. & Müller, G. N. (2004): *Muster und Strukturen als Grundkonzept*. In: Walther, G. et al.: *Bildungsstandards konkret*. Berlin: Cornelsen Scriptor 2007, 42 – 65

Die betont mathematische Fundierung des Werkes resultiert auch aus der Einsicht, dass die in mathematischen Mustern und Strukturen konzentrierte Denkökonomie die beste Grundlage für Verständnis bietet: *Mathematik lernt man nur durch Mathematiktreiben*.

Muster und Strukturen bieten aber lediglich einen Rahmen. Sie legen die Lernprozesse nicht fest, sondern schaffen Spielräume, die individuell genutzt werden können.

Ganzheitlicher Zugang: Lernen als Knüpfen von Wissensnetzen

Im Einklang mit der modernen Auffassung von Mathematik wird Lernen heute nicht mehr als Bau einer Mauer nach einem vorgegebenen Plan unter strikter Vermeidung von Lücken verstanden, sondern als fortlaufendes Knüpfen eines Netzes von Wissensselementen und Fertigkeiten. Lücken an einer Stelle sind keineswegs ein Hindernis für den Ausbau eines Netzes an einer anderen Stelle. Sie werden im Laufe des Lernprozesses geschlossen, indem über die Lücken hinweg „Wissensfäden“ gespannt und an den schon festeren Teilen des Netzes verankert werden.

Der Natur des Lernens gemäß verlaufen Lernprozesse bei der Auseinandersetzung mit einem Stoffgebiet immer individuell. Die Lernenden kommen am besten voran, wenn sie eigene Wege gehen und ihr Tempo selbst bestimmen dürfen. Nur dann können sie auch ihr Vorwissen optimal einsetzen. Auch die Reihenfolge, in der einzelne „Wissensfäden“ eingeknüpft werden, variiert individuell und darf auch variieren. Durch ein schlüssiges fachliches Konzept sowie durch den sozialen Austausch mit der Lehrkraft und mit anderen Lernenden wird dafür gesorgt, dass trotz aller individuellen Unterschiede während des Lernprozesses am Ende gemeinsames Wissen vorhanden ist, über das die verschiedenen Lernenden natürlich in unterschiedlicher Weise verfügen.

Die Anleitung zu eigenständigem Lernen bedeutet aber nicht, dass die Lernenden sich selbst überlassen bleiben. Im Gegenteil: Die Lehrkraft spielt bei der Orientierung über die Lernaufgaben und deren Strukturierung, bei der Besprechung und Erklärung von Lösungswegen, bei der Vertiefung von Einsichten, der prägnanten Zusammenfassung des Gelernten und der Herstellung von Querbeziehungen eine tragende Rolle.

1. KONZENTRATION DES STOFFES AUF TRAGENDE GRUNDIDEEN

Da die Unterrichtszeit begrenzt ist, muss der Stoff auf diejenigen inhaltlichen Grundideen konzentriert werden, die für die Umwelterschließung und für ein Verständnis der Fachstruktur unerlässlich sind. Die in Tabelle 1 aufgelisteten Grundideen der Arithmetik und Geometrie reichen weit über die Grundschule hinaus in die höheren Schulstufen hinein. In ihnen sind „strukturelle“ und „praktische“ Aspekte aufeinander bezogen. Dies entspricht dem Wesen der Mathematik als gleichzeitig „reiner“ und „angewandter“ Wissenschaft: Mathematische Muster und Strukturen sind schön *und* nützlich.

Muster und Strukturen durchziehen alle Inhaltsbereiche. Dass sie in den Bildungsstandards der KMK für die Grundschule als eigener Inhaltsbereich ausgewiesen wurden, ist ein systematischer Fehler, dem das ZAHLENBUCH so nicht folgt.

Grundkonzeption des ZAHLENBUCHS

Grundideen der Arithmetik	Grundideen der Geometrie
<p>1. Zahlreihe Die natürlichen Zahlen bilden eine Reihe (ordinaler Aspekt). Beim Zählen der Elemente einer Menge werden Abschnitte durchlaufen. Die letzte Zahl gibt die Anzahl der Elemente an (kardinaler Aspekt).</p>	<p>1. Formen und ihre Konstruktion Der dreidimensionale Anschauungsraum wird von Formgebilden unterschiedlicher Dimension bevölkert (Punkte, Linien, Flächen und Körper), die sich auf vielfältige Weise konstruktiv erzeugen lassen.</p>
<p>2. Rechnen, Rechengesetze, Rechenvorteile Mit den natürlichen Zahlen kann man nach bestimmten Gesetzen mündlich, halbschriftlich und schriftlich vorteilhaft rechnen. Der Zahlbereich wird später unter Beibehaltung der Rechengesetze durch Bruchzahlen und negative Zahlen erweitert.</p>	<p>2. Operieren mit Formen Geometrische Gebilde lassen sich bewegen (verschieben, drehen, spiegeln...), verkleinern, vergrößern, zerlegen, überlagern ..., wodurch Beziehungen hergestellt werden.</p>
<p>3. Zehnersystem Das Zahlssystem ist dekadisch gegliedert, wobei sich die Tausenderstruktur periodisch wiederholt. Außerdem ist der Zehner in zwei Fünfer gegliedert.</p>	<p>3. Koordinaten Zur Lagebeschreibung von Punkten können auf Linien, Flächen und im Raum Koordinatensysteme eingeführt werden, welche die Grundlage für die analytische Geometrie und für die graphische Darstellung von Funktionen bilden.</p>
<p>4. Rechenverfahren Schriftliche Rechenverfahren führen das Rechnen mit Zahlen auf das Rechnen mit einstelligen Zahlen zurück (Ziffernrechnen). Diese Verfahren sind automatisierbar und können von Maschinen (z. B. Taschenrechnern) ausgeführt werden.</p>	<p>4. Maße und Formeln Längen, Flächen, Volumina und Winkel lassen sich nach Vorgabe von Maßeinheiten messen. Aus vorgegebenen Maßen lassen sich andere nach verschiedenen Formeln berechnen (z. B. Inhaltsformeln).</p>
<p>5. Arithmetische Gesetzmäßigkeiten und Muster Mit Zahlen kann man aufgrund bestimmter Eigenschaften und Beziehungen Gesetzmäßigkeiten, Formeln, Muster („Strukturen“) erzeugen, deren tiefere Zusammenhänge in arithmetischen Theorien systematisch entwickelt werden (Zahlentheorie, Kombinatorik).</p>	<p>5. Geometrische Gesetzmäßigkeiten und Muster Geometrische Gebilde und ihre Maße können in vielfältiger Weise in Beziehung gesetzt werden, sodass Gesetzmäßigkeiten und Muster („Strukturen“) entstehen, deren tiefere Zusammenhänge in geometrischen Theorien systematisch entwickelt werden (euklidische Geometrie der Ebene und des Raumes, kombinatorische Geometrie usw.).</p>
<p>6. Zahlen in der Umwelt Zahlen lassen sich vielfältig verwenden als Anzahlen, Ordnungszahlen, Maßzahlen, Operatoren und Codes.</p>	<p>6. Formen in der Umwelt Reale Gegenstände können durch geometrische Begriffe (angenähert) beschrieben werden. Die Technik stellt Verfahren zur Herstellung geometrischer Formen bereit, die bestimmten Zwecken genügen. Künstler setzen geometrische Formen für ästhetische Zwecke ein.</p>
<p>7. Übersetzung in die Zahl- und Formensprache Reale Problemstellungen lassen sich mithilfe arithmetischer und geometrischer Begriffe in die Zahlen- und Formensprache übersetzen („modellieren“). Mithilfe arithmetischer und geometrischer Verfahren werden daraus „theoretische“ Lösungen gewonnen, aus denen praktische Folgerungen gezogen werden können.</p>	

Tabelle 1: Grundideen der Mathematik

Grundkonzeption des ZAHLENBUCHS

Spiralige Entwicklung der Grundideen über die Stufen hinweg

Die mathematischen Grundideen der Inhaltsbereiche werden nach dem Spiralprinzip entwickelt, d. h. der Unterricht greift sie immer wieder auf, vertieft sie und führt sie in den folgenden Stufen weiter. Die Kinder können so Schritt für Schritt in die Mathematik hineinwachsen. Auf diese Weise wird nachhaltiges Lernen gesichert.

So erscheint zum Beispiel die Idee „Zehnersystem“ in der Frühförderung im „Zehnerfeld“, das im ersten Band zum „Zwanzigerfeld“ ausgebaut wird. Im zweiten Band wird das Zehnersystem weitergeführt und durch das „Hunderterfeld“ und die „Hundertertafel“, im dritten durch das „Tausenderbuch“ und das „Tausenderfeld“ und im vierten durch das „Millionbuch“ repräsentiert.

Lernziele und Kompetenzen

Um die inhaltliche Orientierung zu bewahren, die für einen fachlich fundierten Unterricht absolut notwendig ist, werden im ZAHLENBUCH seit jeher die „inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen“ der Bildungsstandards als „inhaltliche Lernziele“ und die „allgemeinen mathematischen Kompetenzen“ als „allgemeine Lernziele“ verstanden. Da bereits in der Originalausgabe 1994/97 inhaltliche und allgemeine Lernziele ausgewiesen und in produktiven Übungen miteinander verzahnt wurden, war das ZAHLENBUCH auch in diesem Punkt seiner Zeit weit voraus.

Inhaltliche Lernziele beschreiben also angezielte Kenntnisse und Fertigkeiten, z. B. das Einspluseins, das Einmaleins, die schriftlichen Rechenverfahren, Konstruktionen mit Zirkel und Lineal oder die Umrechnung von Größeneinheiten. Allgemeine Lernziele beschreiben den mathematischen Erkenntnisprozess und sind daher für das Mathematiklernen von der Grundschule bis zur Universität maßgeblich. Heinrich Winter gebührt das Verdienst, sie bereits 1975 mustergültig formuliert zu haben. Seine Liste lautet in etwas anderer Formulierung wie folgt:

1. *Mathematisieren*, d. h. reale Situationen in die Sprache der Mathematik übersetzen, mit Mitteln der Mathematik Lösungen bestimmen und das Ergebnis für die reale Situation interpretieren,
2. *Explorieren*, d. h. Situationen probierend erforschen, Beziehungen und Strukturen entdecken, Strukturen erfinden, kreative Ideen entwickeln,
3. *Argumentieren*, d. h. mathematische Sachverhalte und Lösungswege erklären und begründen,
4. *Formulieren*, d. h. mathematische Sachverhalte und Lösungswege mündlich und schriftlich beschreiben.

Inhaltliche Lernziele (Kompetenzen) schaffen eine gute Basis für die Förderung allgemeiner Lernziele (Kompetenzen) und umgekehrt. Insofern bedingt jede Lernzielkategorie die andere. Für die praktische Arbeit muss aber ein wichtiger Unterschied im Auge behalten werden: während sich bei inhaltlichen Lernzielen vorzeigbare Erfolge in einem begrenzten Zeitraum erzielen lassen, stellen sich Fortschritte bei den allgemeinen Lernzielen nur langfristig und nur dann ein, wenn mit Geduld und Beharrlichkeit an ihnen gearbeitet wird. Dies ist besonders wichtig, wenn die Eingangsvoraussetzungen der Kinder im Entdecken, Beschreiben und Begründen von Mustern und Strukturen sehr niedrig sind, was in einem ungünstigen Umfeld häufig vorkommt.

Sparsamkeit in Arbeitsmitteln und bildlichen Darstellungen: Weniger ist mehr

Anschauungs- und Arbeitsmittel wirken weder unmittelbar noch eindeutig. Vielmehr müssen sich die Kinder erst in sie einarbeiten. Dies erfordert Zeit. Angesichts des engen Zeitrahmens verbietet es sich daher, eine große Zahl von Materialien heranzuziehen. Im ZAHLENBUCH wurde das Problem der Auswahl von Demonstrations- und Anschauungsmitteln auf folgende Weise gelöst: *genau die Materialien wurden ausgewählt, mit denen man die mathematischen Grundideen am besten verkörpern kann.* Ihr ständiger Gebrauch schafft die besten Voraussetzungen dafür, dass Darstellungen in Vorstellungen übergehen und eine Grundlage für mentale Operationen bilden.

Aus dem gleichen Grund werden im ZAHLENBUCH auch bildliche und symbolische Darstellungen sowie Sprechweisen und Fachausdrücke auf diejenigen beschränkt, die weiterführende Bedeutung haben. Besondere Aufmerksamkeit erfahren dabei grundlegende Datenstrukturen (Tabellen, Listen, Diagramme und Rechenpläne).

Richtige Nutzung der Darstellungsformen

Vom Standpunkt des aktiv-entdeckenden und sozialen Lernens sind konkrete Materialien sowie bildliche und symbolische Darstellungen nicht als Hilfsmittel der Belehrung, sondern als Hilfen für das Lernen in der Hand der Kinder aufzufassen. Das ZAHLENBUCH verbindet die Nutzung konkreter Materialien („enaktiv“), zeichnerischer Darstellungen („ikonisch“) und formaler Darstellungen („symbolisch“) mit der ganzheitlichen Behandlung von Rahmenthemen. Ein zu früher Übergang zum formalen Rechnen ist Gift für das Verständnis und wird im ZAHLENBUCH vermieden. So wird zum Beispiel der gesamte Hunderterraum zuerst mit Material gestützt erarbeitet. Erst durch die dabei entwickelten Fähigkeiten, Zahlen zu zerlegen und zusammen zu setzen, werden die Kinder dazu in die Lage versetzt, formale Schreibweisen inhaltlich zu füllen und verständlich zu nutzen („Prinzip der fortschreitenden Schematisierung“).

Auf zwei Punkte muss dabei besonders geachtet werden:

1. Mit der Einführung formaler Darstellungen verlieren Arbeitsmittel und Bilder keineswegs ihre Bedeutung. Sie werden immer benötigt, wenn es um das Verstehen, Beschreiben und Mitteilen von Lösungswegen, das Aufzeigen von Beziehungen zwischen Aufgaben und Lösungen, das Lösen kombinatorischer Aufgaben oder um die Modellierung von Sachsituationen geht. Den Kindern wird diese Botschaft am besten dadurch übermittelt, dass die Lehrkraft Arbeitsmittel im Unterricht selbst mit der größten Selbstverständlichkeit verwendet. Auf diese Weise lässt sich auch das unter Kindern (und auch Eltern!) verbreitete Vorurteil am wirkungsvollsten ausräumen, die Verwendung von Plättchen sei ein Zeichen für mangelnde Rechenkompetenz. Letztendlich muss aber jedem Kind die Freiheit zugestanden werden, die verschiedenen Darstellungsmittel individuell zu nutzen.
2. Der handelnde („operative“) Umgang mit Mathematik ist keineswegs nur auf „enaktive“ Darstellungen beschränkt, sondern schließt „ikonische“ und „symbolische“ Darstellungen ein. Auch an bildlichen Darstellungen (z. B. der Zahlenreihe) oder an symbolischen Darstellungen (z. B. Rechensätzen) kann man operieren. Im ZAHLENBUCH wird dieser operative Zugang, den Arnold Fricke (angeregt durch Jean Piaget und Hans Aebli) eröffnet hat, besonders gepflegt.

Grundkonzeption des ZAHLENBUCHS

2. AKTIV-ENTDECKENDES UND SOZIALES LERNEN

Das für die Konzeption zentrale didaktische Prinzip des aktiv-entdeckenden und sozialen Lernens gründet sich auf aktivistische Lerntheorien, insbesondere die genetische Psychologie des Schweizer Psychologen Jean Piaget (1896–1980), ist aber auch fundamental mit der Mathematik verbunden. Heinrich Winter hat dieses Prinzip 1985 prägnant formuliert:

Den Aufgaben und Zielen des Mathematikunterrichts wird in besonderem Maße eine Konzeption gerecht, in der das Mathematiklernen als ein konstruktiver, entdeckender Prozess aufgefasst wird. Der Unterricht muss daher so gestaltet werden, dass die Kinder möglichst viele Gelegenheiten zum selbsttätigen Lernen in allen Phasen eines Lernprozesses erhalten. Die Aufgabe des Lehrers besteht darin, herausfordernde Anlässe zu finden und anzubieten, ergiebige Arbeitsmittel und produktive Übungsformen bereitzustellen und vor allem eine Kommunikation aufzubauen und zu erhalten, die dem Lernen aller Kinder förderlich ist.

Aktiv-entdeckendes und soziales Lernen verlangt eine ständige Durchdringung inhaltlicher und allgemeiner Lernziele und lässt sich daher nicht in einem kleinschrittigen Unterricht verwirklichen, in dem der Stoff Häppchen für Häppchen vermittelt wird und die Lösungswege sowie die äußere Form der Lösung anhand von Musteraufgaben festgelegt sind. Sinnvoll ist vielmehr eine ganzheitliche Behandlung von Rahmenthemen, z. B. des Einspluseins und des Einmaleins.

Ganzheitliche Behandlung von Rahmenthemen in mehreren Durchgängen

Speziell im ersten und zweiten Band gibt es Rahmenthemen, die in mehreren Durchgängen erarbeitet werden müssen. Die ersten Durchgänge dienen der Orientierung und Einführung, die weiteren der Übung, Vertiefung und Ergänzung. Bei arithmetischen Rahmenthemen steht am Schluss immer die Automatisierung. Jedes Kind kann bei diesem Vorgehen an seine individuellen Voraussetzungen anknüpfen und hat genügend Zeit um sein Wissensnetz von Durchgang zu Durchgang zu erweitern und zu festigen. Wie eingangs schon angemerkt sind Lücken bei einem Durchgang kein Hindernis für sinnvolles Lernen im nächsten Durchgang. Da der Lernprozess die Lernziele immer wieder neu und von einer anderen Seite aus ansteuert, gibt es für die Kinder genügend Möglichkeiten, um ihre Lücken allmählich zu schließen. Es besteht kein Grund zur Sorge, dass Kinder „abgehängt“ werden.

Beispiel

Einmaleins (Band 2)

1. Durchgang: Einführung der Multiplikation, vor allem mit Bildern aus der Umwelt der Kinder und an Punktefeldern (S. 68-79)
2. Durchgang: Einführung der Malreihen am Einmaleins-Plan (S. 84-91)
3. Durchgang: Vertiefung des Einmaleins an der Einmaleins-Tafel (S. 92-97)

4. Durchgang: Einführung der Division mit Bezug auf die Malreihen (S. 100-107)
5. Durchgang: Weitere produktive Übungen zur Verzahnung beider Rechenarten (S. 108-111, S. 124-131)
6. Durchgang (parallel zu den Durchgängen 2-4): Automatisierung im Blitzrechenkurs

Der ganzheitliche Zugang unterscheidet sich grundlegend vom traditionellen Zugang. Für Lehrkräfte, die zum ersten Mal nach dem neuen Konzept unterrichten, kostet es daher Mut und Überwindung, trotz anscheinender Lücken bei Kindern im Unterricht weiterzugehen, wie es das neue Konzept verlangt. Wenn dieser Mut nicht aufgebracht wird, sind Schwierigkeiten vorprogrammiert und der Erfolg wird beeinträchtigt: Ganzheitliche Themen sperren sich gegen eine kleinschrittige Behandlung.

Vorteile der ganzheitlichen Behandlung

Durch die ganzheitlichen Zugänge zu Rahmenthemen wird das bewährte Prinzip „Vom Leichten zum Schweren“ keinesfalls aufgegeben. Es wird nur anders realisiert als traditionell üblich. Beim Einmaleins z. B. sind nicht nur die Aufgaben mit einem Faktor 1 leicht, sondern auch Aufgaben mit einem Faktor 2, 5 oder 10 oder Verdopplungsaufgaben. Es ist daher sehr sinnvoll, solche Aufgaben als erste Fäden des Netzes „Einmaleins“ zu spannen und andere Aufgaben daran anzuknüpfen.

Lernen in Ganzheiten trägt auch ganz wesentlich zur Zieltransparenz bei: Die Kinder können sich schon während des Lernprozesses klar machen was, sie schon können, wo sie noch Schwierigkeiten haben und was sie noch lernen müssen. Dazu sind die Seiten im Zahlenbuch so konzipiert, dass jede Doppelseite einen spezifischen mathematischen Aspekt der thematischen Grundeinheit widerspiegelt.

Der ganzheitliche Zugang wird auch dadurch unterstützt, dass grundsätzlich nur Arbeitsmittel verwendet werden, die eine Gesamtübersicht über die Aufgaben ermöglichen. Beim Einspluseins z. B. sind dies das Zwanzigerfeld und die Einspluseins-Tafel, beim Einmaleins das Hunderterfeld mit Malwinkel und die Einmaleins-Tafel.

Zone der nächsten Entwicklung

Ganzheitliche Themen weisen über sich hinaus und verlocken zu Grenzüberschreitungen. Z. B. werden die Kinder in der 2. Klasse auch mit Zahlen über 100 hinaus rechnen. Dies ist zugelassen und sogar erwünscht. Wie der russische Psychologe Vygotskij in seiner kritischen Auseinandersetzung mit Piaget überzeugend dargelegt hat, muss der Unterricht stets die „Zone der nächsten Entwicklung“ anpeilen. Dies bedeutet aber nicht, dass Grenzüberschreitungen eigens thematisiert werden müssten. Es genügt, sie als Denkanstöße wirken zu lassen. Wichtig ist, dass keine Abschottung im Sinne von „Das dürfen wir noch nicht rechnen!“ vorgenommen wird.

Ein typisches Beispiel für Anregungen in der „Zone der nächsten Entwicklung“ sind die vielen offenen Übungen im ZAHLENBUCH, in denen die Kinder den Zahlenraum selbst wählen können – viele Kinder werden dabei über die 100 hinausgehende Überlegungen anstellen.