

116/117 Gleichungen

Einstieg Gleichung als Verbindung zweier verschiedener Rechnungen mit demselben Ergebnis besprechen.

1 Aufgaben mit demselben Ergebnis finden, ggf. als Gleichungen notieren.

2 Aufgaben vergleichen: Gleichheit begründen und nur die einfachere ausrechnen. Potenzial zum selbstgesteuerten Üben und zur Sprachförderung nutzen.

Wichtige Wörter

gleich, verschieden, Rechnung, Ergebnis

1 Findet viele Aufgaben zum Ergebnis.
 a) 36 b) 25
 c) 33 d) 40
 e) 50 f) 60

2 Wähle eigene Zahlen und finde Aufgaben.

3 Rechne zuerst die einfache Aufgabe.
 Erkläre, warum sind die Ergebnisse immer gleich?
 a) $19 + 17 = 36$ b) $53 + 15 = 68$
 $20 + 16 = 36$ $58 + 10 = 68$
 c) $41 - 17 = 24$ d) $55 - 19 = 36$
 $44 - 20 = 24$ $56 - 20 = 36$
 e) $4 \cdot 7 + 4 \cdot 7 = 56$ f) $6 \cdot 3 = 18$
 $5 \cdot 7 + 3 \cdot 7 = 56$ $5 \cdot 3 + 1 \cdot 3 = 18$

g Findet weitere Aufgabenpaare. (verschiedene Lösungen)

4 Wie heißt die fehlende Zahl? Denke an die Umkehraufgabe.
 a) $40 + 16 = 56$ b) $28 + 27 = 55$ c) $83 - 9 = 74$ d) $94 - 11 = 83$
 $38 + 18 = 56$ $33 + 27 = 60$ $85 - 9 = 76$ $91 - 13 = 78$
 $36 + 20 = 56$ $38 + 27 = 65$ $87 - 9 = 78$ $88 - 15 = 73$
 $34 + 22 = 56$ $43 + 27 = 70$ $89 - 9 = 80$ $85 - 17 = 68$

5 Vergleiche. Finde geschickt die fehlende Zahl.
 a) $19 + 17 = 17 + 19$ b) $26 + 37 = 30 + 33$ c) $54 + 20 = 55 + 19$
 $28 + 15 = 15 + 28$ $0 + 23 = -3 + 20$ $50 + 40 = 53 + 37$
 $39 + 16 = 40 + 15$ $88 + 7 = 90 + 5$ $38 + 20 = 39 + 19$
 $71 + 19 = 70 + 20$ $47 + 9 = 46 + 10$ $15 + 20 = 17 + 18$
 d) $37 - 19 = 38 - 20$ e) $27 - 18 = 29 - 20$ f) $56 - 20 = 55 - 19$
 $48 - 31 = 47 - 30$ $49 - 19 = 50 - 20$ $73 - 50 = 71 - 48$
 $41 - 18 = 43 - 20$ $66 - 37 = 69 - 40$ $97 - 67 = 90 - 60$
 $33 - 0 = 43 - 10$ $78 - 39 = 79 - 40$ $50 - 33 = 47 - 30$

6 Rechne geschickt.
 a) $11 + 28 + 19 = 58$ b) $12 + 28 - 8 = 32$ c) $37 + 15 - 5 = 47$
 $29 + 35 + 11 = 75$ $29 + 35 - 19 = 45$ $59 + 37 - 36 = 60$
 $18 + 27 + 32 = 77$ $19 + 27 - 7 = 39$ $43 + 19 - 13 = 49$
 $21 + 37 + 13 = 71$ $22 + 38 - 9 = 51$ $19 - 13 + 43 = 49$

7 Schöne Päckchen. Beschreibe und rechne.
 a) $25 + 29 = 54$ b) $87 + 8 = 95$ c) $87 - 8 = 79$ d) $50 - 34 = 16$
 $27 + 28 = 55$ $77 + 18 = 95$ $77 - 18 = 59$ $48 - 33 = 15$
 $29 + 27 = 56$ $67 + 28 = 95$ $67 - 28 = 39$ $46 - 32 = 14$
 $31 + 26 = 57$ $57 + 38 = 95$ $57 - 38 = 19$ $44 - 31 = 13$
 $-10 + 10 = 0$ $-10 + 10 = 20$ $-2 - 1 = -1$

8 Jonas ist heute 8 Jahre alt, sein Vater 40 Jahre.
 a) Wie viele Jahre ist der Vater älter als Jonas?
 Der Vater ist 32 Jahre älter.
 b) Wie alt sind beide in 5 Jahren?
 In 5 Jahren ist Jonas 13 und sein Vater 45.
 c) Wie viele Jahre ist dann der Vater älter als Jonas?
 Dann ist der Vater 37 Jahre älter.

WAS WIRD BENÖTIGT?

Arbeits- und Demonstrationsmaterial: Wendeplättchen

WURUM GEHT ES?

Für viele Kinder ist das Gleichheitszeichen im Mathematikunterricht gleichbedeutend mit der Aufforderung, dass eine Rechnung ausgeführt werden soll. In dieser Interpretation steht dann links vom Gleichheitszeichen eine Rechnung und rechts davon das Ergebnis. Im Unterricht der Grundschule muss dieses Verständnis aufgegriffen und zugleich ein Stück weit in Richtung eines algebraischen Verständnisses, in dem das Gleichheitszeichen zwischen zwei gleichwertigen Termen steht, weiter entwickelt werden. Auf dieser Doppelseite wird dieses Verständnis angebahnt, indem die strikte Trennung zwischen der Rechnung links und dem Ergebnis rechts vom Gleichheitszeichen aufgebrochen wird.

WIE KANN MAN VORGEHEN?

Einstieg Aufgaben vergleichen

Die Lehrkraft schreibt eine Aufgabe mit der passenden Darstellung der Zahlbilder an die Tafel (zum Beispiel $38 + 47$) und bittet die Kinder, weitere Aufgaben mit demselben Ergebnis zu nennen (zum Beispiel $40 + 45$). Diese Aufgaben werden auf Karten geschrieben und unkommentiert an die Tafel geheftet. Anschließend sollen die Kinder herausfinden, welche der Aufgaben wirklich dasselbe Ergebnis liefern – wichtig ist, dass die Gleichheit der Aufgaben begründet wird, ohne das Ergebnis zu nennen (zum Beispiel sind die obigen Aufgaben gleichwertig, weil man aus der Aufgabe $38 + 47$ die Aufgabe $40 + 45$ herstellen

kann, indem man von einem Summanden zwei Plättchen zum anderen Summanden schiebt). Die begrifflichen Werkzeuge dafür haben die Kinder bereits kennengelernt, insbesondere durch die vielfältigen Kontakte mit schönen Päckchen und durch die Diskussionen von vorteilhaften Rechenwegen, insbesondere bei der Nutzung von Ableitungsstrategien. Dabei ist natürlich auch das Zeigen und Markieren von Zahlen oder deren anschaulicher Darstellung erlaubt. Die Lehrkraft heftet immer dann einen Rechen-term hinter die ursprüngliche Aufgabe, wenn die Gleichheit begründet wurde und schreibt das Gleichheitszeichen dazwischen. Dabei entstehen entweder lauter Gleichungen, bei denen links und rechts vom Zeichen genau ein Rechen-term steht ($38 + 47 = 40 + 45$; $38 + 47 = 39 + 46$ usw.) oder es entsteht eine Gleichungskette, sodass alle Terme mit demselben Ergebnis hintereinander weg durch Gleichheitszeichen verbunden sind (also $38 + 47 = 39 + 46 = 40 + 45 = \dots$). Es wird vereinbart, dass man immer dann ein Gleichheitszeichen zwischen zwei Rechnungen schreibt, wenn man begründen kann, dass sie dasselbe Ergebnis liefern.

1 Aufgaben mit demselben Ergebnis finden

Die Kinder suchen hier nach Aufgaben mit demselben Ergebnis. Sie können die Aufgaben mit einem Gleichheitszeichen verbinden, müssen das aber nicht tun. Wichtig ist, dass sie die Rechen-terme notieren und möglichst auch voneinander ableiten. Es ist besonders motivierend für die Kinder, wenn das Resultat eine persönliche Bedeutung hat, wie etwa das neue Lebensjahr einer verwandten Person, die Geburtstag hat (Mutter, Vater, Tante, Onkel, Geschwister, Oma, Opa ...).

2 Rechen-terme vergleichen

Hier geht es darum, Rechen-terme strukturell aufeinander zu beziehen. Dabei sollen die Kinder zunächst überlegen, welche der Aufgaben einfacher für sie auszurechnen ist. Das Ergebnis wird bestimmt und es wird überlegt, warum die andere Aufgabe dasselbe Ergebnis haben muss. Zur Erklärung können die Kinder Forscher-mittel wie Pfeile und Farben nutzen. In der Ergebnis-präsentation werden auch die selbst gefundenen Aufgabenpaare besprochen und erörtert.

3, 4 Fehlende Zahlen bestimmen

Es sollen zunächst in Rechnungen, dann in komplexeren Gleichungen fehlende Zahlen geschickt bestimmt werden, sodass sich eine korrekte Gleichung ergibt. Die Kinder kennen solche Platzhalteraufgaben (zum Beispiel bei Ergänzungsaufgaben). Dennoch kann es sein, dass manche Kinder diese ungewöhnlichere Notation einer Aufgabe näher erläutert bekommen müssen. Die Intention besteht darin, eine ggf. vorherrschende starre Aufgabe-Ergebnis-Deutung des Gleichheitszeichens aufzubrechen: Die auszuführende Operation kann auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens auftreten.

5 Gleichungen nutzen

Die Notation einer Gleichung ist vor allem dann sinnvoll, wenn sie einen Rechenweg symbolisiert. Die Kinder sollen daher ihre geschickte Rechnung mit einer Gleichung notieren.

6 Gleiche Änderungen deuten

In den schönen Päckchen müssen nicht die Aufgaben gleichwertig sein, oftmals sind auch nur die Änderungen von einer Aufgabe zur nächsten gleich. Die Kinder nutzen weiterhin ihre Forscher-

mittel, um die Gleichheit Änderungen zu untersuchen und darzustellen.

5 Geschickte Rechenwege mit Gleichungen notieren.

6 Gleiche Änderungen beschreiben und mit Forscher-mitteln illustrieren. Potenzial zur Sprachförderung nutzen.

7 Gleiche Unterschiede in Sachsituationen deuten.

mittel, um die Gleichheit Änderungen zu untersuchen und darzustellen.

7 Gleichheiten in Sachsituationen deuten

Der Altersunterschied zwischen zwei Personen ist gut dazu geeignet, die Konstanz der Differenz in Sachsituationen zu thematisieren. Die Kinder notieren ihre Erkenntnisse, ggf. auch als Gleichung, zwischen zwei Rechnungen: $40 - 8 = 45 - 13$, denn beide Zahlen sind um 5 größer geworden.

DIAGNOSTISCHES POTENZIAL

Wie begründen die Kinder die Gleichheit zweier Aufgaben? Mit welcher Strategie finden sie Aufgaben zu einem vorgegebenen Ergebnis? Nach welchen Kriterien unterscheiden sie den Schwierigkeitsgrad zweier Aufgaben? In welchem Zahlenraum bewegen sich die selbst gefundenen Aufgabenpaare?

MÖGLICHKEITEN ZUR UNTERSTÜTZUNG

Das Zahlenmaterial kann auf der gesamten Doppelseite dem Leistungsstand der Kinder angepasst werden.