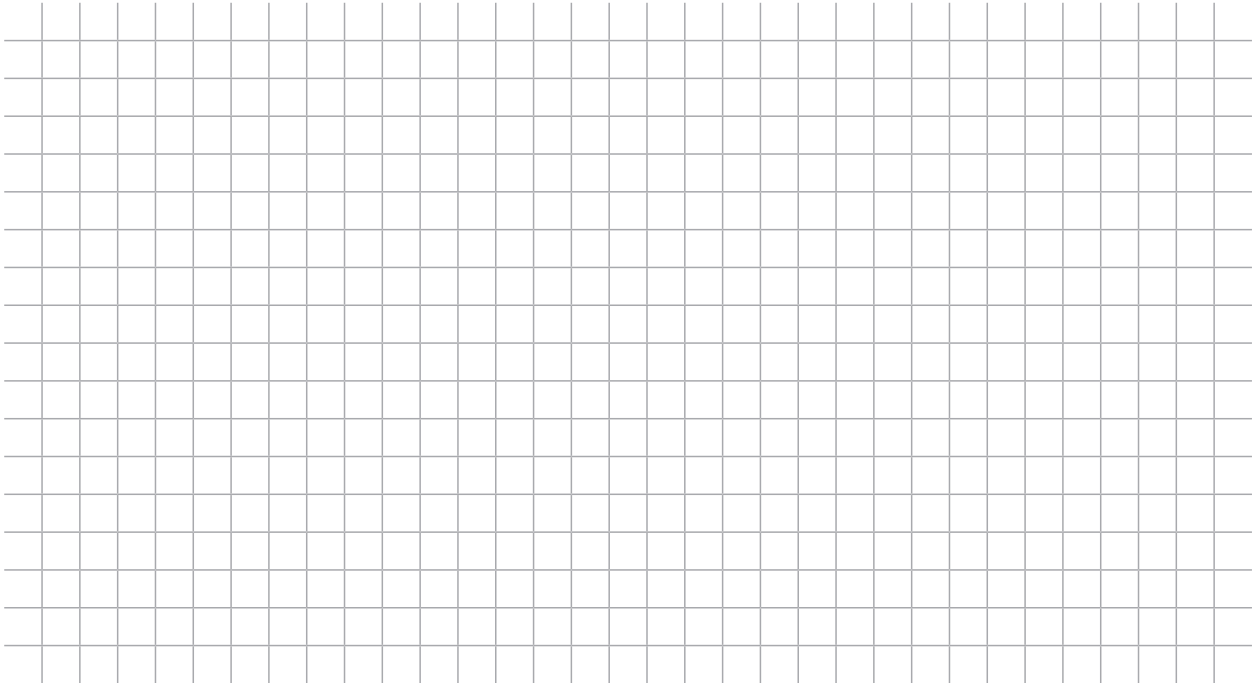
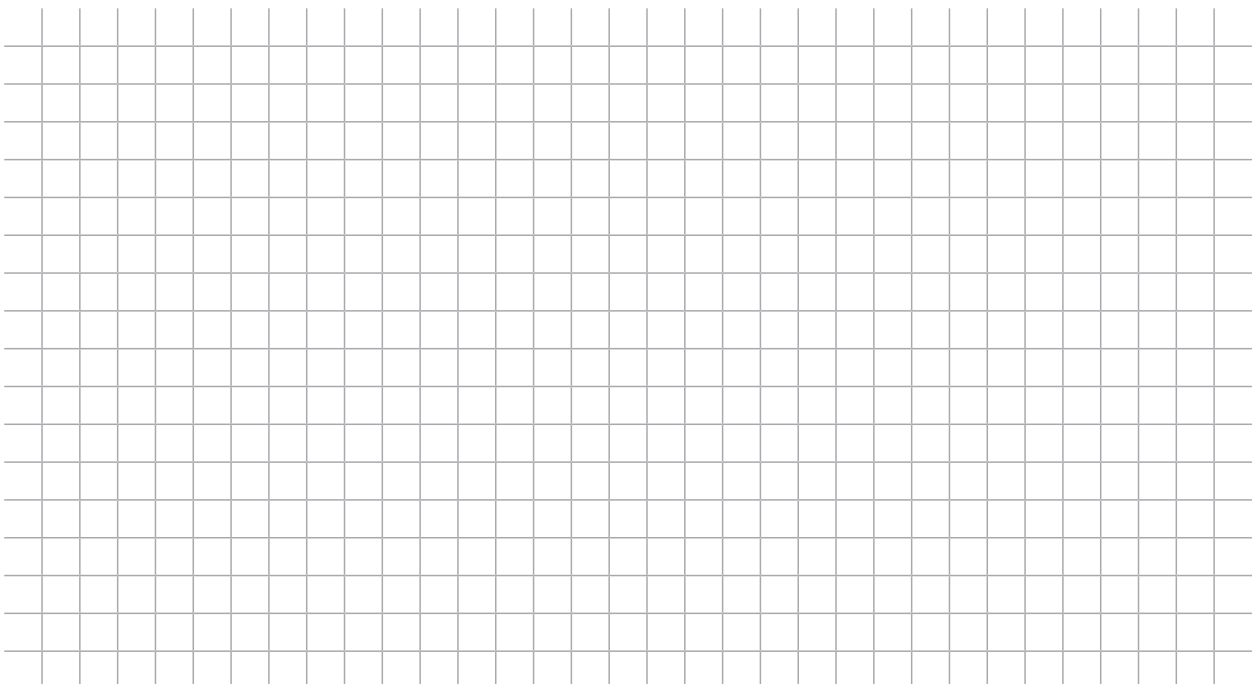


b) Ein paar Wochen später möchte Luzi nochmals rund 350 Karten verkaufen. Sie teilt sie in gleich große Stapel auf. Sie beginnt mit Sechserstapeln, aber dabei bleibt eine Karte übrig. Das Gleiche passiert auch bei Fünfer-, Vierer- und Dreierstapeln, sogar bei Paaren. Wie viele Karten sind es genau?



c) Nun möchte Luzi ihre restlichen Karten verkaufen. Es sind mindestens 500, aber keine 1000. Wieder teilt sie die Karten in gleich große Stapel auf. Sie versucht es mit Paaren, mit Dreier-, Vierer-, Fünfer-, Sechser-, Siebener- und Achterstapeln. Immer bleibt eine Karte übrig. Wie viele Karten hat sie noch? Welche Aufteilung geht genau auf?



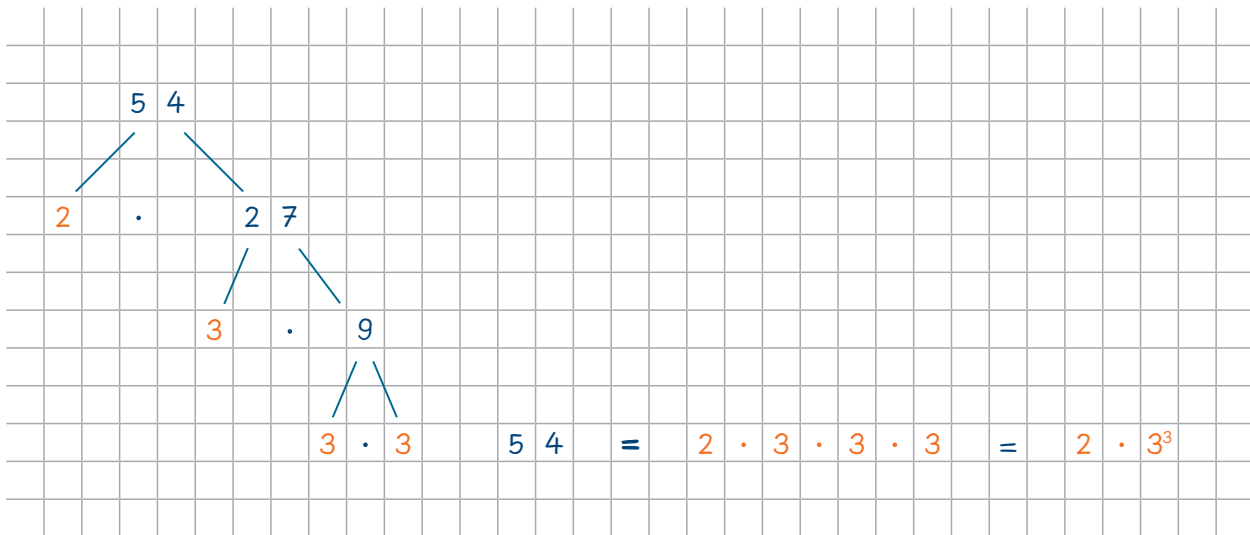
Lösungen: Fußballkarten

1 a) Wenn beim Anordnen der Karten jeweils genau eine Karte übrig bleibt, so gilt: Eine Karte weniger und das Teilen durch 4, durch 3 und durch 2 geht genau auf. Diese „weggenommene“ Karte kann später wieder dazugezählt werden.

Bei der Lösung hilft das kleinste gemeinsame Vielfache dieser Zahlen. Das kleinste gemeinsame Vielfache von 2, 3 und 4 erhältst du mithilfe der Primfaktorzerlegung.

Primfaktorzerlegung: Jede natürliche Zahl kann in **Primfaktoren** zerlegt werden, also in Faktoren, die Primzahlen sind (diese können nicht weiter zerlegt werden). Dabei ist es egal, mit welchem Faktor du beginnst.

Beispiel:



Primfaktorzerlegung der Zahlen 2, 3 und 4:

$$2 = 2$$

$$3 = 3$$

$$4 = 2 \cdot 2 = 2^2$$

Für das kleinste gemeinsame Vielfache werden alle vorkommenden Primfaktoren in der jeweils höchsten Potenz verwendet und dann multipliziert. Hier also 2^2 und $3 \rightarrow 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$.

Somit würde Luzis Stapel aus $12 + 1 = 13$ Karten bestehen. Nun gibt es aber noch eine zweite Bedingung: Bei 5 Karten je Reihe klappte die Anordnung. 13 ist aber nicht durch 5 teilbar, also muss es ein Mehrfaches von 12 plus der „weggenommenen“ Karte sein.

$$2 \cdot 12 = 24 \rightarrow 24 + 1 = 25 \text{ ist durch 5 teilbar, die Sammlung kann aus 25 Karten bestehen}$$

$$3 \cdot 12 = 36 \rightarrow 36 + 1 = 37 \text{ ist nicht durch 5 teilbar}$$

$$4 \cdot 12 = 48 \rightarrow 48 + 1 = 49 \text{ ist nicht durch 5 teilbar}$$

$$5 \cdot 12 = 60 \rightarrow 60 + 1 = 61 \text{ ist nicht durch 5 teilbar}$$

$$6 \cdot 12 = 72 \rightarrow 72 + 1 = 73 \text{ ist nicht durch 5 teilbar}$$

$$7 \cdot 12 = 84 \rightarrow 84 + 1 = 85 \text{ ist durch 5 teilbar, 85 Karten sind jedoch für eine „kleine Sammlung“ zu viele.}$$

Luzi verkauft 25 Karten.

b) Primfaktorzerlegung der Zahlen 2, 3, 4, 5 und 6:

$$2 = 2$$

$$3 = 3$$

$$4 = 2 \cdot 2 = 2^2$$

$$5 = 5$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$\text{Kleinstes gemeinsames Vielfaches: } 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 4 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

$$350 : 60 = 5,83 \rightarrow 6$$

Es sind $6 \cdot 60 + 1 = 361$ Karten.

c) Primfaktorzerlegung der Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 7 und 8:

$$2 = 2$$

$$3 = 3$$

$$4 = 2 \cdot 2 = 2^2$$

$$5 = 5$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$7 = 7$$

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$$

$$\text{Kleinstes gemeinsames Vielfaches: } 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 8 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 840$$

Luzi hat noch $840 + 1 = 841$ Karten.

Tipp: $2 \cdot 840 + 1 = 1681$ Karten sind zu viele, da die Kartenanzahl zwischen 500 und 1000 liegt.

Die Aufteilung in 29 29er-Stapel geht genau auf. Hier bleibt keine Karte übrig.

Tipp: Finde die Lösung durch Probieren.