S. 73 – 88 **Lösungen und Hinweise** zu den Arbeitsaufträgen, Heimversuchen und Aufgaben

Aufträge S. 75

A1 Z. B. Kutsche, die von mehreren Pferden gezogen wird; Tragen von Gegenständen mit mehreren Personen; Tauziehen; Drachen steigen lassen; Gummiband, das auseinander gezogen wird.

A2 Die Rutschkraft sollte bei einer Leiter deutlich kleiner sein als die Drückkraft. Dies ist dann der Fall, wenn der Winkel α, den die Leiter mit dem Boden bildet, über 45° groß ist.

Aufträge S. 77

A1 Erste Variante: Hänge das Wägestück an einen Kraftmesser. Gemäß $F = m \cdot g$ wird eine Kraft angezeigt, aus der g berechnet werden kann.
Zweite Variante: Lasse das Wägestück aus einer bestimmten Höhe fallen und miss die Zeit bis zum Aufschlag auf dem Boden. Nach $s(t) = ½ \cdot g \cdot t^2$ kann dann g berechnet werden.
Dritte Variante: Bestimme für ein Fadenpendel die Pendellänge und die zugehörige Periodendauer. Mit der Gleichung $g = 4\pi^2 \cdot l/T^2$ wird die Fallbeschleunigung berechnet.

Aufträge S. 79

A1 Nach dem 2. Axiom werden Körper nur dann beschleunigt, wenn eine Kraft auf sie wirkt. Umgekehrt folgt daraus, dass sich der Bewegungszustand von Körpern beim Ausbleiben einer Kraft nicht ändert, sie ihre ursprüngliche Geschwindigkeit also unverändert beibehalten, die Körper wirken träge, wie es das 1. Axiom anspricht.

A2 Der zweite Körper ist die Straße.

Aufträge S. 82

A1 a) Die Neigungswinkel von über 60° sind unrealistisch. Maximale Geschwindigkeit bei engen Kurven etwa 30 km/h. Nur bei mehrjähriger Fahrpraxis können Neigungswinkel von 30° bis 40° erreicht werden.

b) $v = \sqrt{9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 200\,\text{m} \cdot \tan 17°} = 24{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 88\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

A2

μ_{HR}	$\alpha_{max} = \tan^{-1}(\mu_{HR})$	$v_{max} = \sqrt{\mu_{HR} \cdot g \cdot r}$
0,7	35°	$26{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 94\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$
0,5	27°	$22{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 80\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$
0,2	11°	$14{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 50\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$

Aufträge S. 85

A1 Individuelle Schülerlösung (Link: http://www.helles-koepfchen.de/die-gezeiten-ebbe-und-flut/index.html)

Rückblick S. 86

B1 Baron Münchhausen behauptet, dass er sich selbst an den Haaren aus dem Sumpf gezogen habe. Dies kann nicht funktionieren, weil Kraft und Gegenkraft auf den selben Körper wirken und sich daher zu Null addieren.

B2 Zwischen den beiden Seilstücken links und rechts vom Kletterer besteht ein großer Winkel von fast 180°. Dadurch führt die Zerlegung der Gewichtskraft des Kletterers zu sehr großen Teilkräften in den Seilstücken. Im Schülerbuch S. 75, **B4** und **B5** ist dies dargestellt.

B3 Tintenfische können sich durch Ausstoß des Atemwassers durch den so genannten Trichter (eine siphonähnliche, nach allen Seiten zu bewegenden Verlängerung der Öffnung zur Atemhöhle) fortbewegen (Rückstoßprinzip).

Heimversuche S. 87

1 Rotierendes Gleichgewicht Die Gewichtskraft des Körpers B liefert die für die Kreisbewegung des Körpers A notwendige Radialkraft. Im Kräftegleichgewicht gilt $F_r = F_G$ und ist unabhängig von der Position von Körper B. Das Kräftegleichgewicht wird also allein durch Ändern von F_r hergestellt. Für F_r gilt: $F_r = m \cdot \omega^2 \cdot r$. Das bedeutet: Wird Körper B gehoben, so wird r größer und damit muss die Winkelgeschwindigkeit ω kleiner werden, um F_r konstant zu halten.
Die Schüler sollten auf die Verwendung der Gleichung mit der Winkelgeschwindigkeit aufmerksam gemacht werden. Sie ist in diesem Fall leichter zu interpretieren als die Gleichung

$F_r = \frac{m \cdot v^2}{r}$. Letztere enthält nicht nur im Nenner, sondern auch in der Bahngeschwindigkeit im Zähler den Radius.

2 Haften und Gleiten Der Körper beginnt zu gleiten, wenn die Hangabtriebskraft $F_H = F_G \cdot \sin\alpha$ gerade größer wird als die maximale Haftreibungskraft. Die Reibungskraft ist gegeben durch $F_R = \mu_{HR} \cdot F_N$, wobei μ_{HR} der Koeffizient der Haft- bzw. der Gleitreibung ist und F_N ist die Stützkraft der Unterlage (Normalkraft). Ihr Betrag ist $F_N = F_G \cdot \cos\alpha$.
Aus $F_H = F_R$ folgt:

$F_G \cdot \sin\alpha = \mu_{HR} \cdot F_G \cdot \cos\alpha$ und damit $\mu_{HR} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$.

Beginnt der Körper beim Winkel α zu gleiten, so ist der Koeffizient für die Haftreibung $\mu_{HR} = \tan\alpha$. Die Bewegung stoppt bei einem Winkel $\alpha^* < \alpha$. Entsprechend ist

$\mu_{GL} = \tan\alpha^* < \mu_{HR}$.

3 Der geknickte Strohhalm Wenn Wasser durch das Trinkröhrchen fließt, wird das Röhrchen entgegen der Richtung des ausströmenden Wassers ausgelenkt. Es ist ein Beispiel für das Wirken des Wechselwirkungsgesetzes (Rückstoßprinzip).

Kräfte

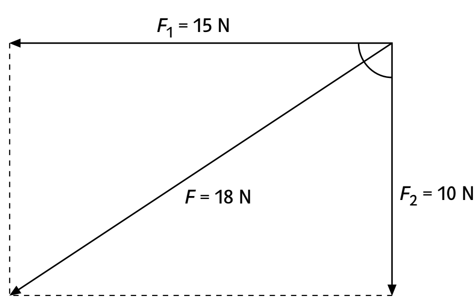
Aufgaben S. 87

1 Betrag, Richtung und Angriffspunkt der Kraft (die Art der Kraft ist unerheblich).

2 Die Ersatzkraft aller im System angreifenden Kräfte (mindestens zwei) besitzt den Betrag Null.

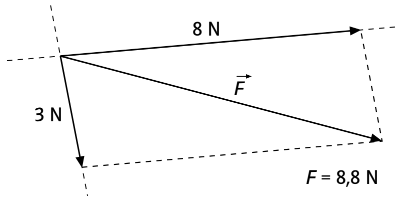
3 Die Gewichtskräfte der Last und des Seils sind gleich gerichtet; der Betrag der Ersatzkraft ist die Summe der einzelnen Gewichtskräfte: $F = 200\,\text{N} + 100\,\text{N} = 300\,\text{N}$

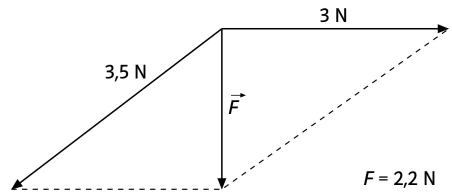
4 Siehe Abbildung (nicht maßstabsgerecht):

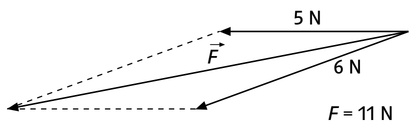


Aufgaben S. 87

5 Siehe Abbildungen (nicht maßstabsgerecht):

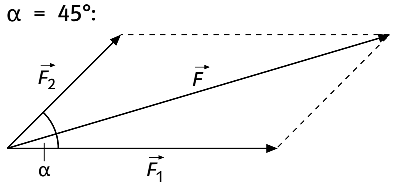






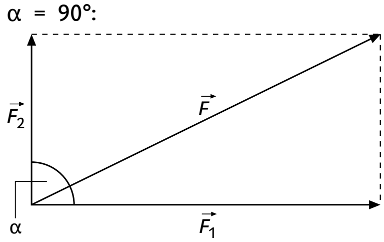
6 Siehe Abbildung:

$\alpha = 45°$:



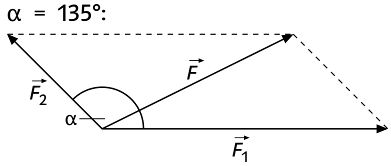
F_1 in N	2	5	6	8	12	20	24	27
F_2 in N	1	4	5	9	15	20	12	45
F in N	2,8	8,3	10,2	15,7	25,0	37,0	33,6	66,9

$\alpha = 90°$:



F_1 in N	2	5	6	8	12	20	24	27
F_2 in N	1	4	5	9	15	20	12	45
F in N	2,2	6,4	7,8	12,0	19,2	28,3	26,8	52,5

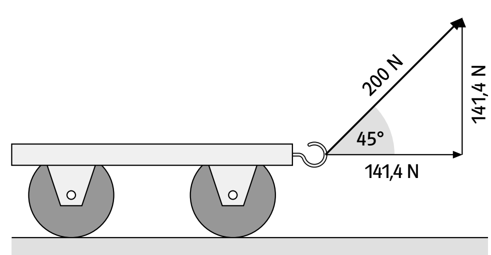
$\alpha = 135°$:



F_1 in N	2	5	6	8	12	20	24	27
F_2 in N	1	4	5	9	15	20	12	45
F in N	1,5	3,6	4,3	6,6	10,7	15,3	17,7	32,2

Aufgaben S. 88

7 Mit dem Satz des Pythagoras erhält man für die Teilkräfte jeweils 141,4 N.



Alternativ kann man zur Berechnung der Kräfte auch Sinus und Kosinus verwenden:

$F_1 = F \cdot \sin\alpha = 200\,\text{N} \cdot \sin 45° = 141{,}4\,\text{N}$

$F_2 = F \cdot \cos\alpha = 200\,\text{N} \cdot \cos 45° = 141{,}4\,\text{N}$

Newton'sche Axiome

8 a) Entgegen der Fahrtrichtung.
b) Der Körper möchte die Geradeausbewegung beibehalten; da der Bus in eine Rechtskurve fährt, wird man in Richtung der linken Wand gedrückt.
c) Man muss sich festhalten, um nicht nach vorne zu fallen.

9 Das Vorderrad bleibt aufgrund des Bremsens plötzlich stehen, der hintere Teil des Fahrrads ist jedoch träge und strebt danach, seine Bewegung beizubehalten. Es kann passieren, dass die Bewegung in die einzige mögliche Richtung, nämlich um die Achse des Vorderrades (nach „oben") weitergeht und der Fahrer mit dem Rad nach oben katapultiert wird und sich überschlägt.

10 Wenn das Auto durch den Aufprall eines von hinten auffahrenden Autos plötzlich nach vorne beschleunigt wird, kann der Kopf aufgrund seiner Trägheit nicht schnell genug folgen und wird an der Halswirbelsäule gebogen. Die Kopfstütze fängt den Kopf auf und verringert als Knautschzone die wirkende Kraft.

11 Zu Beginn ist der Hammerkopf lose mit dem Stiel verbunden. Hammerkopf und Stiel bewegen sich mit gleicher Geschwindigkeit auf die Unterlage zu.
Stößt das Stielende auf die Unterlage, so wird das Stielende abrupt abgebremst. Der lose Hammerkopf hingegen bewegt sich aufgrund seiner Trägheit weiter und schiebt sich dabei immer weiter auf den etwas konisch geformten Stiel, bis er fest sitzt.

12 Anfahren: Das Pendel schwingt nach hinten, der flugfähige, z. B. mit Helium gefüllte Luftballon bewegt sich nach vorne.
Grund: In diesem beschleunigten Bezugssystem erfahren alle Körper eine Trägheitskraft nach hinten, damit schlägt das Pendel nach hinten aus.
Der Luftballon ist leichter als die Luft im Auto, die auch eine Kraft nach hinten erfährt. Die Kraft auf den Luftballon ist wegen der geringeren Masse kleiner als die Kraft auf die umgebende Luft, der Luftballon bewegt sich daher nach vorne.

Bremsen: Das Pendel schwingt nach vorne; der Luftballon bewegt sich nach hinten.

Rechtskurve: Das Pendel schwingt nach links; der Luftballon bewegt sich nach rechts.

Linkskurve: Das Pendel schwingt nach rechts; der Luftballon bewegt sich nach links.

13 Gegeben:
$m_1 = 1500\,\text{kg};\; m_2 = 1800\,\text{kg};\; \Delta v = 100\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 27{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}};\; \Delta t = 13{,}8\,\text{s}$

a) $F = m \cdot a$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{27{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{13{,}8\,\text{s}} = 2{,}01\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F = 1500\,\text{kg} \cdot 2{,}01\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 3015\,\text{N} = 3{,}02\,\text{kN}$$

b) $a = \frac{F}{m} = \frac{3{,}02\,\text{kN}}{1800\,\text{kg}} = 1{,}68\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Die Endgeschwindigkeit wird nach einer längeren Zeit erreicht.

Dynamik der Kreisbewegung

14 Für die Bahngeschwindigkeit eines Punktes auf dem Äquator gilt:

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T} = \frac{4{,}01 \cdot 10^7\,\text{m}}{24 \cdot 3600\,\text{s}} = 464\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die Beschleunigung ist dann $a = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(464\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{6{,}37 \cdot 10^6\,\text{m}} = 3{,}4 \cdot 10^{-2}\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Die Erde soll sich so schnell drehen, dass die Beschleunigung am Äquator den Betrag der Fallbeschleunigung hat. Dann folgt aus

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \text{ und } a = \frac{v^2}{r}$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{r}{a}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{6{,}37 \cdot 10^6\,\mathrm{m}}{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} = 5063\,\mathrm{s}$$

Ein Tag dauerte dann also $5063\,\mathrm{s} = 1\,\mathrm{h}\ 24\,\mathrm{min}\ 23\,\mathrm{s}$. Körper, die am Äquator relativ zum Erdboden ruhen, hätten dann „kein Gewicht".

15 a) Mit $r = 0{,}25\,\mathrm{m}$, $f = 20\,\frac{1}{\mathrm{s}}$, somit $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{20}\,\mathrm{s} = 0{,}05\,\mathrm{s}$ ergibt sich

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T} = \frac{2\pi \cdot 0{,}25\,\mathrm{m}}{0{,}05\,\mathrm{s}} = 31{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

b) Haltekraft $F_H = F_r = \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{0{,}001\,\mathrm{kg} \cdot 985{,}96\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}}{0{,}25\,\mathrm{m}} = 3{,}94\,\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 3{,}94\,\mathrm{N}$

c) Ist mit „gleich schnell" die gleiche Bahngeschwindigkeit der Trommelwand gemeint, dann gilt: Der Radius wird halbiert, somit verdoppelt sich die Kraft. Ist die Umlauffrequenz gemeint, so hat die Trommelwand aufgrund des halbierten Radius' auch nur die halbe Bahngeschwindigkeit. Die Kraft halbiert sich.

d) Ist wieder die Bahngeschwindigkeit gemeint, so erübrigt sich die Frage, es gilt Antwort c). Ist die Frequenz gemeint, so ergibt sich:

$$2\,F_r = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2\,F_r \cdot r}{m}} = 44{,}4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$T = \frac{2\pi}{v \cdot r} = 0{,}035\,\mathrm{s} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{1}{T} = 28{,}6\,\frac{1}{\mathrm{s}}$$

16 Die Radialkraft wird von der Haftreibungskraft durch den Kontakt Drehscheibe-Münze aufgebracht. Überschreitet der Betrag der für die Kreisbewegung notwendigen Radialkraft den Betrag der maximalen Haftreibungskraft, so beginnt die Münze zu rutschen. Die Radialkraft ist proportional zum Radius, bei schnellerer Rotation wird also die äußere Münze diesen Grenzwert als erste überschreiten.

17 a) $F_{\text{reiß}} = F_r = \frac{m \cdot v^2}{r}$ aufgelöst nach $v = \sqrt{\frac{F_r \cdot r}{m}} = \sqrt{\frac{6{,}0\,\frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot r}{0{,}15\,\mathrm{kg}}}$

Alternativ kann man die Gleichung $F_r = \frac{4\pi^2 \cdot m \cdot r}{T^2}$ verwenden. Umgestellt nach T bzw. f erhält man:

$$f = \sqrt{\frac{F_{\text{reiß}}}{4\pi^2 \cdot m \cdot r}} = 1{,}0066 \cdot \frac{\sqrt{\mathrm{m}}}{\mathrm{s}} \cdot \frac{1}{\sqrt{r}}$$

Ohne Angabe des Radius lässt sich keine Angabe zur maximalen Bahn- bzw. Umlaufgeschwindigkeit machen! Werden für den Radius konkrete Werte eingesetzt, z. B. 5 cm, 10 cm oder 20 cm, ergeben sich zum Beispiel für die Maximalfrequenz $4{,}5\,\frac{1}{\mathrm{s}}$, $3{,}2\,\frac{1}{\mathrm{s}}$ oder $2{,}3\,\frac{1}{\mathrm{s}}$.

b) Die Kugel bewegt sich (wenn man von der Luftreibung und der Fallbewegung nach unten absieht) geradlinig gleichförmig tangential weiter.

18 a) Es ergibt sich mit $v = 25\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 6{,}94\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ und $m = 1200\,\mathrm{kg}$ dann $F_r = \frac{m \cdot v^2}{r} = 1286\,\mathrm{N}$.

b) Die Haftreibung muss die Radialkraft aufbringen, somit $\frac{m \cdot v^2}{r} < \mu_{HF} \cdot F_G = \mu_{HF} \cdot m \cdot g = F_r$.

c) Da die Geschwindigkeit quadratisch in die Formel eingeht, ist die Radialkraft viermal so groß.

Gravitation

19 Für den Radius der Mondbahn werden 380 000 km angesetzt, für die Umlaufdauer des Mondes 27,32 Tage. Die Gravitationskraft entspricht der Radialkraft, also gilt:

$$F_G = F_r$$

$$\gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$v = \frac{\text{Umfang}}{\text{Umlaufzeit}} = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$ darin eingesetzt ergibt

$$\gamma \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} = \frac{m \cdot \frac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2}}{r}$$

$$\gamma \cdot \frac{M}{r^2} = 4\pi^2 \cdot \frac{r}{T^2}$$

$$\frac{\gamma \cdot M \cdot T^2}{4\pi^2} = r^3$$ aufgelöst nach M:

$$M = \frac{4\pi^2 \cdot 5{,}49 \cdot 10^{25}\,\text{m}^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot 5{,}57 \cdot 10^{12}\,\text{s}^2} = 5{,}83 \cdot 10^{24}\,\text{kg}$$

20 a) Die ISS befindet sich auf einer Kreisbahn um die Erde. Befindet man sich in der ISS, dann entspricht die Gravitationskraft nahezu (s. Ausführungen in b) der für die Kreisbahn um die Erde benötigten Radialkraft. Für die ISS gilt dasselbe, da das Personal sich innerhalb der Station befindet. Es sind also keine Reaktionskräfte der Gravitationskraft spürbar wie auf der Erde. Man befindet sich also quasi zusammen mit der Station „im freien Fall um die Erde".

Vorsicht: Oft wird geantwortet, dass sich Gravitationskraft und Zentrifugalkraft aufheben. Die Zentrifugalkraft ist aber eine Scheinkraft im Bezugssystem ISS. Sie ist eine Folgerung aus Trägheitssatz und Bewegungsänderung, kann also nicht von der Gravitation kompensiert werden. Wäre dies der Fall, befände sich der Körper im Kräftegleichgewicht und würde sich geradlinig von der Erde fortbewegen!

b) Die ISS ist ein ausgedehnter starrer Körper und bewegt sich auf einer Kreisbahn um die Erde. Jeder Punkt in der ISS hat die gleiche Winkelgeschwindigkeit. Abhängig vom Abstand zum Erdmittelpunkt haben sie aber andere Bahngeschwindigkeiten. Man hat das Gefühl der Schwerelosigkeit nur, wenn die Gravitationskraft genau gleich der nötigen Radialkraft ist. Dies ist bei einer festen Winkelgeschwindigkeit jedoch nur für einen bestimmten Radius der Fall.
Ist der Radius kleiner als der notwendige Radius, so wird die Gravitationskraft größer. Die Bahngeschwindigkeit an dieser Stelle müsste dann ebenfalls größer werden, ist aber in Wirklichkeit kleiner. Die Folge ist, dass der Körper in Richtung Erde beschleunigt wird. Ist der Radius größer als der notwendige Radius, so kehrt sich alles um, der Körper würde in Richtung All beschleunigt.

Tatsächlich sind aber die Schwankungen des Radius so klein bezüglich des Abstandes zum Erdmittelpunkt (wenige 10 m in Bezug auf ca. 350 km, d. h. zirka 0,003 %), dass dies nur theoretische Relevanz hat. Die ISS selbst ist nicht immer auf der Idealbahn, sodass mittels Steuerraketen Bahnkorrekturen vorgenommen werden müssen, damit nicht die ganze ISS in Richtung Erde stürzt.

(Die Kurskorrektur in eine höhere Umlaufbahn ist sehr komplex: Die erste Beschleunigung bringt die ISS auf einen elliptischen Transferorbit. Würde man nichts weiter machen, bliebe sie auf diesem elliptischen Orbit. Die Energie, die in die ISS in Form von kinetischer Energie im „unteren" Orbit (Perigäum der Transferellipse) hineingesteckt wurde, ist genau so groß, dass der Scheitel der Ellipse dem „oberen" (Ziel-) Orbit (Apogäum der Transferellipse) entspricht. Da diese kinetische Energie in potenzielle Energie umgewandelt wurde, ist die ISS im Apogäum zu langsam für den Kreisorbit und würde auf der elliptischen Bahn verweilen. Aus diesem Grund muss im

Apogäum nochmals Energie hineingesteckt werden, d. h. beschleunigt werden, um aus dem elliptischen Transferorbit in den neuen Kreisorbit zu kommen. Dies ist die energetisch optimale Lösung für den Wechsel zwischen verschiedenen Kreisorbits. Beim Wechsel in einen tiefer gelegenen Kreisorbit muss man entsprechend zweimal abbremsen.)

21 Die Radialkraft entspricht der Gravitationskraft:

$F_G = F_r$

Gegeben sind für den Jupitermond Kallisto $r = 1{,}88 \cdot 10^9\,\mathrm{m}$ und $T = 1{,}44 \cdot 10^6\,\mathrm{s}$.

$$\gamma \cdot \frac{m_J \cdot m_K}{r_K^2} = \frac{m_K \cdot v_K^2}{r_K^2}$$

$$m_J = \frac{v_K^2 \cdot r_K}{\gamma} = \frac{4\pi^2 \cdot r_K^3}{T^2 \cdot \gamma} = \frac{4\pi^2 \cdot 6{,}644 \cdot 10^{27}\,\mathrm{m}^3}{2{,}084 \cdot 10^{12}\,\mathrm{s}^2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^2}}$$

$$m_J = 1{,}89 \cdot 10^{27}\,\mathrm{kg}$$

Die Masse des Planeten Jupiter berechnet sich zu $1{,}89 \cdot 10^{27}\,\mathrm{kg}$.