6 Kreis

Auftaktseiten — Seiten 128, 129

Seite 128

1 Individuelle Lösungen, zum Beispiel:
Reifendurchmesser: 70 cm
Abrollumfang: Die Strecke, die das Fahrrad zurücklegt, wenn sich das Vorderrad einmal dreht, kann auf dem Boden gemessen werden; dieser beträgt etwa 220 cm.
Man kann den Reifendurchmesser etwas mehr als 3-mal auf dem Umfang des Rads abtragen.

2 $3{,}1 \cdot 2{,}51 = 7{,}78$
Wenn sich das Vorderrad einmal dreht, dann legt die Laufmaschine eine Strecke von knapp 8 m zurück.

Seite 129

3 Die eingezeichneten Quadrate haben eine Seitenlänge von 100 m. Damit kann man die Länge und Breite der Altstadt Nördlingen schätzen.
Länge: $9{,}7 \cdot 100 = 970\,\text{m}$
Breite: $7{,}3 \cdot 100 = 730\,\text{m}$
Schätzung der Fläche:
Man zählt 50 vollständige (oder fast vollständige) Quadrate. Weitere 7 können aus Teilquadraten zusammengesetzt werden, insgesamt erhält man 57 Quadrate.
Die Fläche der Innenstadt kann man auf ungefähr 57 ha schätzen.

1 Kreisumfang — Seiten 130, 131

Seite 130

Einstieg

→ Den Durchmesser der Gegenstände kann man am einfachsten mit der Schieblehre messen; mit dem Geodreieck geht es aber auch, wenn man darauf achtet, dass man durch den Kreismittelpunkt misst.
Der Umfang lässt sich am besten mit einem flexiblen Maßstab messen.
→ Individuelle Lösungen
→ Individuelle Lösungen
→ Tabelle: Individuelle Lösungen
Das Verhältnis $\frac{u}{d}$ ist bei allen Messungen gleich groß. Es beträgt etwa 3.

Seite 131

1

a) Überschlag:	Rechnung:
$u = \pi d$	$u = \pi d$
$u \approx 3 \cdot 16{,}0$	$u = \pi \cdot 16{,}0$
$u \approx 48{,}0\,\text{cm}$	$u = 50{,}3\,\text{cm}$
b) Überschlag:	Rechnung:
$u = \pi d$	$u = \pi d$
$u \approx 3 \cdot 3{,}0$	$u = \pi \cdot 3{,}0$
$u \approx 9{,}0\,\text{m}$	$u = 9{,}4\,\text{m}$
c) Überschlag:	Rechnung:
$u = 2\pi r$	$u = 2\pi r$
$u \approx 2 \cdot 3 \cdot 12{,}4$	$u = 2 \cdot \pi \cdot 12{,}4$
$u \approx 74{,}4\,\text{dm}$	$u = 77{,}9\,\text{dm}$
d) Überschlag:	Rechnung:
$u = 2\pi r$	$u = 2\pi r$
$u \approx 2 \cdot 3 \cdot 31{,}8$	$u = 2 \cdot \pi \cdot 31{,}8$
$u \approx 190{,}8\,\text{cm}$	$u = 199{,}8\,\text{cm}$

2 Berechnet wird zuerst r, dann d.

a) $u = 2\pi r$
$31{,}5 = 2 \cdot \pi \cdot r \quad |:2$
$15{,}75 = \pi \cdot r \quad |:\pi$
$r = 5{,}0\,\text{cm}$
$d = 2r = 10{,}0\,\text{cm}$

b) $108{,}0 = 2 \cdot \pi \cdot r \quad |:2$
$54{,}0 = \pi \cdot r \quad |:\pi$
$r = 17{,}2\,\text{cm}$
$d = 2r = 34{,}4\,\text{cm}$

c) $240{,}0 = 2 \cdot \pi \cdot r \quad |:2$
$120{,}0 = \pi \cdot r \quad |:\pi$
$r = 38{,}2\,\text{dm}$
$d = 2r = 76{,}4\,\text{dm}$

d) $44{,}0 = 2 \cdot \pi \cdot r \quad |:2$
$22{,}0 = \pi \cdot r \quad |:\pi$
$r = 7{,}0\,\text{m}$
$d = 2r = 14{,}0\,\text{m}$

3

- Glas: $r = 4{,}0\,\text{cm}$
  $u = 2 \cdot \pi \cdot 4{,}0$
  $u = 25{,}1\,\text{cm}$
- Münze: $d = 25{,}75\,\text{mm}$
  $u = \pi \cdot 25{,}75$
  $u = 80{,}90\,\text{mm}$
- Reifen: $d = 61{,}8\,\text{cm}$
  $u = \pi \cdot 61{,}8$
  $u = 194{,}2\,\text{cm}$

A a) $u = 2\pi r$
$u = 2 \cdot \pi \cdot 3{,}5$
$u = 22{,}0\,\text{cm}$

b) $u = \pi d$
$u = \pi \cdot 9$
$u = 28{,}3\,\text{cm}$

B a) $u = \pi d$
$11 = \pi \cdot d \quad |:\pi$
$3{,}5 = d$
$d = 3{,}5\,\text{cm}$

b) $u = 2\pi r$
$47{,}2 = 2 \cdot \pi \cdot r \quad |:2 \quad |:\pi$
$7{,}5 = r$
$r = 7{,}5\,\text{dm}$

Seite 131, links

4 a) $r = 2\,\text{cm}$
$u = 2 \cdot \pi \cdot 2$
$u = 12{,}6\,\text{cm}$

b) $r = 1\,\text{cm}$
$u = 2 \cdot \pi \cdot 1$
$u = 6{,}3\,\text{cm}$

c) $r = 2\,\text{cm}$
$u = 2 \cdot \pi \cdot 1{,}5$
$u = 9{,}4\,\text{cm}$

d) $d = 5{,}5\,\text{cm}$
$u = \pi \cdot 5{,}5$
$u = 17{,}3\,\text{cm}$

5 a) $5{,}6 = 2 \cdot \pi \cdot r \quad |:2$
$2{,}8 = \pi \cdot r \quad |:\pi$
$r = 0{,}9\,\text{cm}$
$d = 2r = 1{,}8$

b) $37{,}7 = 2 \cdot \pi \cdot r \quad |:2$
$18{,}85 = \pi \cdot r \quad |:\pi$
$r = 6{,}0\,\text{cm}$
$d = 2r = 12{,}0\,\text{cm}$

c) $22{,}0 = 2 \cdot \pi \cdot r \quad |:2$
$11{,}0 = \pi \cdot r \quad |:\pi$
$r = 3{,}5\,\text{dm}$
$d = 2r = 7{,}0\,\text{dm}$

6 a) Der Umfang der Figur besteht aus einem halben Kreisumfang und dem Durchmesser des Kreises.
$u = \frac{1}{2}u_{\text{Kreis}} + d$
$u = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 2 + 4$
$u = 10{,}3\,\text{cm}$

b) Der Umfang der Figur besteht aus zwei halben Kreisumfängen und den Längen von zwei Durchmessern.
$u = \frac{1}{2}u_{\text{Kreis}} + d + \frac{1}{2}u_{\text{Kreis}} + d$
$u = u_{\text{Kreis}} + 2d$
$u = 2\pi \cdot 1 + 2 \cdot 2$
$u = 10{,}3\,\text{cm}$

c) Der Umfang der Figur besteht aus den Umfängen von zwei Viertelkreisen und den Längen von zwei Radien.
$u = \frac{1}{4}u_{\text{Kreis}} + r + \frac{1}{4}u_{\text{Kreis}} + r$
$u = 2 \cdot \frac{1}{4}u_{\text{Kreis}} + 2 \cdot r$
$u = 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 2 + 2 \cdot 2$
$u = 10{,}3\,\text{cm}$

d) Der Umfang der Figur besteht aus den Umfängen von drei Viertelkreisen und der Längen von zwei Radien.
$u = 3 \cdot \frac{1}{4}u_{\text{Kreis}} + 2 \cdot r$
$u = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 2 + 2 \cdot 2$
$u = 13{,}4\,\text{cm}$

Seite 131, rechts

4

	a)	b)	c)	d)	e)
r	35,0 cm	**0,75 m**	**0,16 m**	**23,8 dm**	**0,41 dm**
d	**70,0 cm**	1,5 m	**0,32 m**	47,6 dm	**0,81 dm**
u	**219,9 cm**	**4,7 m**	1,0 m	**149,5 dm**	2,56 dm

Beispielrechnung für c):
$u = \pi d$
$1{,}0 = \pi \cdot d \quad |:\pi$
$d = 0{,}32$
$r = 0{,}16$

5 a) $u = \frac{1}{2}u_{\text{Kreis1}} + 0{,}5 + \frac{1}{2}u_{\text{Kreis2}} + 0{,}5$
$u = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 1{,}5 + 0{,}5 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 1 + 0{,}5$
$u = \frac{1}{2} \cdot 9{,}42 + 0{,}5 + \frac{1}{2} \cdot 6{,}28 + 0{,}5$
$u = 8{,}9\,\text{cm}$

b) Die zwei Viertelkreise sind hier gleich groß. Für den Umfang der Figur u gilt:
$u = \frac{1}{4}u_{\text{Kreis}} + 1 + 2 + \frac{1}{4}u_{\text{Kreis}} + 1 + 2$
$u = 2 \cdot \frac{1}{4}u_{\text{Kreis}} + 6$
$u = 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 2 + 6$
$u = 12{,}3\,\text{cm}$

c) $u = \frac{1}{2}u_{\text{Kreis1}} + 0{,}5 + \frac{1}{2}u_{\text{Kreis2}} + 0{,}5$
$u = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 2 + 0{,}5 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 1{,}5 + 0{,}5$
$u = \frac{1}{2} \cdot 12{,}57 + 0{,}5 + \frac{1}{2} \cdot 9{,}42 + 0{,}5$
$u = 12{,}0\,\text{cm}$

6 a) Durchmesser des großen Rads:
$d_{\text{groß}} = 20 \cdot 2{,}54$
$d_{\text{groß}} = 50{,}8\,\text{cm}$
Umfang des großen Rads:
$u_{\text{groß}} = \pi \cdot 50{,}8$
$u_{\text{groß}} = 159{,}6\,\text{cm}$
gefahrene Strecke nach 15 Umdrehungen:
$15 \cdot 159{,}6 = 2394$
$2394\,\text{cm} = 23{,}94\,\text{m}$
Nach 15 Radumdrehungen ist man etwa 24 m gefahren.

b) 1 km = 1000 m = 100 000 cm
Anzahl der Radumdrehungen beim großen Rad ($u = 159{,}6\,\text{cm}$): $100\,000 : 159{,}6 = 626{,}6$
Das große Rad macht bei einer Weglänge von 1 km etwa 627 Umdrehungen.
Um die Anzahl der Umdrehungen beim kleinen Rad zu berechnen, muss man zuerst seinen Umfang berechnen.
$u_{\text{klein}} = \pi d_{\text{klein}}$
$u_{\text{klein}} = \pi \cdot (6 \cdot 2{,}54)$
$u_{\text{klein}} = 47{,}9\,\text{cm}$

Anzahl der Umdrehungen beim kleinen Rad:
$100\,000 : 47{,}9 = 2087{,}7$
Das kleine Rad macht bei einer Weglänge von 1 km etwa 2088 Umdrehungen.

1 Kreisumfang Seite 132

Seite 132, links

7 Berechnen des Durchmessers:
$20 = \pi d \quad | : \pi$
$d = 6{,}4\,\text{m}$
Damit der Kreis in das Klassenzimmer passt, muss dieses mindestens 6,4 m breit und lang sein. Bei den meisten Klassenzimmern wird das der Fall sein.

8 Umfang des Vorderrads:
$u_{Vorderrad} = \pi \cdot 1{,}40$
$u_{Vorderrad} = 4{,}40\,\text{m}$
Umfang des Hinterrads:
$u_{Hinterrad} = \pi \cdot 0{,}45$
$u_{Hinterrad} = 1{,}41\,\text{m}$
Vergleich: $4{,}40 : 1{,}41 \approx 3{,}1$
Wenn sich das Vorderrad einmal dreht, dreht sich das Hinterrad etwas mehr als 3-mal.
Hinweis: Man kann auch die Durchmesser beider Räder miteinander vergleichen, ohne zuerst die Umfänge zu berechnen, denn es gilt:
$u_{Vorderrad} : u_{Hinterrad}$
$= (\pi \cdot 1{,}40) : (\pi \cdot 0{,}45)$
$= 1{,}40 : 0{,}45 \approx 3{,}1$

9 a) Die Spitze des Minutenzeigers beschreibt in einer Stunde einen Kreis mit $r = 3{,}40\,\text{m}$.
Umfang des Kreises: $u = 2 \cdot \pi \cdot 3{,}40 = 21{,}4$
Die Zeigerspitze legt in einer Stunde 21,4 m zurück.
b) Die Spitze des Stundenzeigers beschreibt nach 9 Stunden einen Dreiviertelkreis mit Radius $r = 2{,}20\,\text{m}$.
Umfang des Kreises: $u = 2 \cdot \pi \cdot 2{,}20 = 13{,}8$
Umfang des Dreiviertelkreises: $\frac{3}{4} \cdot 13{,}8 = 10{,}35$
Die Spitze des Stundenzeigers legt in 9 Stunden etwa 10,4 m zurück.

10 $u_{Erde} = \pi \cdot 12\,756$
$u_{Erde} = 40\,074{,}2\,\text{km}$
Um 1 kg Honig für eine Person im Jahr zu produzieren, muss die Biene 4-mal so lang wie für 250 g Honig fliegen (also 4 · 3-mal um die Erde). Um den jährlichen Verbrauch einer 4-köpfigen Familie zu decken, muss sie noch mal das Vierfache fliegen (4 · 4 · 3-mal um die Erde).
$4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 40\,074{,}2 = 1\,923\,561{,}6 \approx 2$ Mio.
Eine Biene muss theoretisch knapp 2 Mio. km fliegen, um den jährlichen Bedarf einer 4-köpfigen Familie an Honig zu decken.

Seite 132, rechts

7 Umfang des Schmuckstücks: $u = 10\,\text{cm}$
$10 = \pi \cdot d \quad | : \pi$
$d = 3{,}2$
Der Durchmesser des Schmuckstücks beträgt 3,2 cm.

8 a) Individuelle Lösungen
Bei Erwachsenen und älteren Jugendlichen geht man im Allgemeinen davon aus, dass die Armspanne etwa so lang wie die Körpergröße ist.
b) Durchmesser des Baums: 14 m
$u = \pi \cdot 14 = 44{,}0$
Der Umfang des Baums beträgt etwa 44,0 m.
Geht man von einer durchschnittlichen Armspanne von 1,65 m aus, dann erhält man:
$44{,}0 : 1{,}65 = 26{,}7$.
Man braucht also ungefähr 27 Personen um den Baum zu „umarmen".

9 a) Individuelle Lösungen, zum Beispiel:
Bei einem Umfang der Dose von 16 cm (also $r = 2{,}5\,\text{cm}$) hat der Faden eine Länge von 116 cm und dementsprechend einen Radius von etwa 18,5 cm. Der Abstand zwischen beiden Kreislinien beträgt etwa 16 cm.
b) Berechnung des Abstands a zwischen Erdoberfläche und Seil:
$u_{Erde} = 2 \cdot \pi \cdot 6378$
$u_{Erde} = 40\,074{,}156\,\text{km} = 40\,074\,156\,\text{m}$
Länge des Seils:
40 074 157 m
Berechnung des neuen Radius:
$40\,074\,157 = 2\pi r_{Seil} \quad | : 2 \quad | : \pi$
$r_{Seil} = 6\,378\,000{,}16$
Der Radius des Seils ist um $0{,}16\,\text{m} = 16\,\text{cm}$ länger als der Erdradius. Also beträgt der Abstand des Seils zur Erdoberfläche etwa 16 cm. Eine Katze kann unter dem Seil durchschlüpfen.
Hinweis: Wenn man die Ergebnisse in a) und b) vergleicht, stellt man fest, dass die Abstände zwischen beiden Kreislinien gleich sind (16 cm).
Allgemein kann man zeigen: Legt man um einen beliebigen Kreis ein Seil, dass um 1 m länger als der Umfang des Kreises ist, dann beträgt der Abstand zwischen Seil und Kreislinie immer 16 cm.

2 Kreisfläche Seite 133

Seite 133

Einstieg

→ Die grüne Fläche besteht aus
$6 \cdot 6 + 4 \cdot (1 \cdot 6) = 60$ kleinen Quadraten. Je vier kleine Quadrate haben die Fläche von $1\,cm^2$.
$60 : 4 = 15$
Die grüne Fläche ist $15\,cm^2$ groß, also ist die Kreisfläche größer als $15\,cm^2$.

→ $A_{Quadrat} = 2{,}5^2$
$A_{Quadrat} = 6{,}25\,cm^2$
Ein Viertel der Kreisfläche ist kleiner als $A_{Quadrat}$.
Die gesamte Kreisfläche ist also kleiner als $4 \cdot A_{Quadrat}$. D.h. die Kreisfläche ist kleiner als $4 \cdot r^2 = 25\,cm^2$.
Mögliche Vermutung:
Für den Flächeninhalt der Kreisfläche A gilt:
$A \approx 3r^2$ bzw. $A = \pi r^2$.

→ Individuelle Lösungen

1 a) Überschlag:
$A = \pi r^2$
$A \approx 3 \cdot 3^2$
$A \approx 27\,cm^2$
Rechnung:
$A = \pi r^2$
$A = \pi \cdot 3^2$
$A = 28{,}3\,cm^2$

b) Überschlag:
$A = \pi r^2$
$A \approx 3 \cdot 7^2$
$A \approx 147\,cm^2$
Rechnung:
$A = \pi r^2$
$A = \pi \cdot 7^2$
$A = 153{,}9\,cm^2$

c) $r = 4\,dm$
Überschlag:
$A = \pi r^2$
$A \approx 3 \cdot 4^2$
$A \approx 48\,cm^2$
Rechnung:
$A = \pi r^2$
$A = \pi \cdot 4^2$
$A = 50{,}3\,cm^2$

d) $r = 6\,m$
Überschlag:
$A = \pi r^2$
$A \approx 3 \cdot 6^2$
$A \approx 108\,cm^2$
Rechnung:
$A = \pi r^2$
$A = \pi \cdot 6^2$
$A = 113{,}1\,cm^2$

2 a) $A = \pi r^2$
$12{,}0 = \pi r^2 \quad | : \pi$
$\frac{12{,}0}{\pi} = r^2 \quad | \sqrt{\ }$
$r = 1{,}95\,cm$
$d = 2 \cdot r = 3{,}9\,cm$

b) $A = \pi r^2$
$623{,}7 = \pi r^2 \quad | : \pi$
$\frac{623{,}7}{\pi} = r^2 \quad | \sqrt{\ }$
$r = 14{,}1\,cm$
$d = 2 \cdot r = 28{,}2\,cm$

c) $A = \pi r^2$
$95{,}0 = \pi r^2 \quad | : \pi$
$\frac{95{,}0}{\pi} = r^2 \quad | \sqrt{\ }$
$r = 5{,}50\,dm$
$d = 2 \cdot r = 11{,}0\,dm$

d) $A = \pi r^2$
$18{,}75 = \pi r^2 \quad | : \pi$
$\frac{18{,}75}{\pi} = r^2 \quad | \sqrt{\ }$
$r = 2{,}4\,m$
$d = 2 \cdot r = 4{,}8\,m$

3 Flugscheibe: $r = 2{,}3\,dm$
$A = \pi r^2$
$A = \pi \cdot 2{,}3^2$
$A = 16{,}6\,dm^2$
Strohballen: $r = 0{,}85\,m$
$A = \pi r^2$
$A = \pi \cdot 0{,}85^2$
$A = 2{,}3\,m^2$
Zitrusfrucht (Schnittfläche): $r = 5{,}2\,cm$
$A = \pi r^2$
$A = \pi \cdot 5{,}2^2$
$A = 84{,}9\,cm^2$

2 Kreisfläche Seiten 134, 135

Seite 134

A a) $A = \pi r^2$
$A = \pi \cdot 9^2$
$A = 254{,}5\,cm^2$

b) $A = \pi r^2$
$A = \pi \cdot \left(\frac{4{,}6}{2}\right)^2$
$A = 16{,}6\,dm^2$

B a) $A = \pi r^2$
$27 = \pi \cdot r^2 \quad | : \pi \quad | \sqrt{\ }$
$\sqrt{\frac{27}{\pi}} = r$
$2{,}9 = r$
$r = 2{,}9\,cm$

b) $A = \pi r^2$
$75 = \pi \cdot r^2 \quad | : \pi \quad | \sqrt{\ }$
$\sqrt{\frac{75}{\pi}} = r$
$4{,}89 = r$
$r = 4{,}89\,m$;
also $d = 9{,}8\,m$

Seite 134, links

4 a) $r = 2\,cm$
$A = \pi \cdot 2^2$
$A = 12{,}6\,cm^2$

b) $r = 1{,}5\,cm$
$A = \pi \cdot 1{,}5^2$
$A = 7{,}1\,cm^2$

c) $r = 1\,cm$
$A = \pi \cdot 1^2$
$A = 3{,}1\,cm^2$

5

	a)	b)	c)	d)
r	10 cm	**6,77 cm**	**3,0 cm**	**2,50 m**
A	**314,2 cm²**	144 cm²	**28,3 cm²**	19,6 m²
u	**62,8 cm**	**42,5 cm**	18,8 cm	**15,7 m**

6

r	1 cm	2 cm	3 cm	4 cm
u	**6,3 cm**	**12,7 cm**	**18,8 cm**	**25,1 cm**
A	**3,1 cm²**	**12,7 cm²**	**28,3 cm²**	**50,3 cm²**

r	5 cm	6 cm	7 cm	8 cm
u	**31,4 cm**	**37,7 cm**	**44,0 cm**	**50,3 cm**
A	**78,5 cm²**	**113,1 cm²**	**153,9 cm²**	**201,1 cm²**

Soweit es den Umfang betrifft, hat Yanis recht. Beim Flächeninhalt täuscht er sich. Da müsste die Aussage lauten: Wenn man den Radius verdoppelt, verdreifacht,… dann vervierfacht, verneunfacht,… sich der Flächeninhalt.

7 a) Die farbige Fläche besteht aus einem größeren Halbkreis und zwei kleineren, gleich großen Halbkreisen.

$A = \frac{1}{2}A_{groß} + 2 \cdot \frac{1}{2}A_{klein}$

$A = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 4{,}0^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2{,}0^2$

$A = 37{,}7\,cm^2$

b) Die farbige Fläche besteht aus einem größeren Kreis, aus dem zwei gleich große, kleinere Kreise herausgeschnitten wurden.

$A = A_{groß} - 2A_{klein}$

$A = \pi \cdot 4{,}0^2 - 2 \cdot \pi \cdot 4{,}0^2$

$A = 25{,}13\,cm^2$

c) Die farbige Fläche besteht aus drei Halbkreisen. Radius des größten Kreises:

$r = (14{,}0 - 4{,}0 - 2{,}0) : 2 = 4{,}0$

$A = \frac{1}{2}A_{groß} + \frac{1}{2}A_{mittel} + \frac{1}{2}A_{klein}$

$A = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 4{,}0^2 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2{,}0^2 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 1{,}0^2$

$A = 33{,}0\,cm^2$

Seite 134, rechts

4

	a)	b)	c)	d)
r	**3,8 cm**	**2,6 cm**	**16,55 dm**	**0,50 m**
d	7,6 cm	**5,2 cm**	**33,1 dm**	1,01 m
A	**45,4 cm²**	21,1 cm²	**860,7 dm²**	0,8 m²
u	**23,9 cm**	**16,3 cm**	104 dm	**3,2 m**

5 Die Fläche, die der neue Router mindestens abdeckt, ist ein Kreis mit $r = 100\,m$.

$A_{neu} = \pi \cdot 100^2$

$A_{neu} = 31\,416\,m^2$

Durch die Verstärkung des Funksignals wird eine Fläche von mindestens $31\,416\,m^2$ abgedeckt.

6 Gesucht ist der Radius des Kreises.

$200 = \pi r^2 \quad |:\pi$

$\frac{200}{\pi} = r^2 \quad |\sqrt{}$

$r = 8{,}0$

Die Drohne hat eine Reichweite von 8,0 km.

7 a) 1. Kreis: $A_1 = 50\,cm^2$

$50 = \pi r_1^2 \quad |:\pi$

$\frac{50}{\pi} = r_1^2 \quad |\sqrt{}$

$r_1 = 4{,}0\,cm$

2. Kreis: $A_2 = 100\,cm^2$

$100 = \pi r_2^2 \quad |:\pi$

$\frac{100}{\pi} = r_2^2 \quad |\sqrt{}$

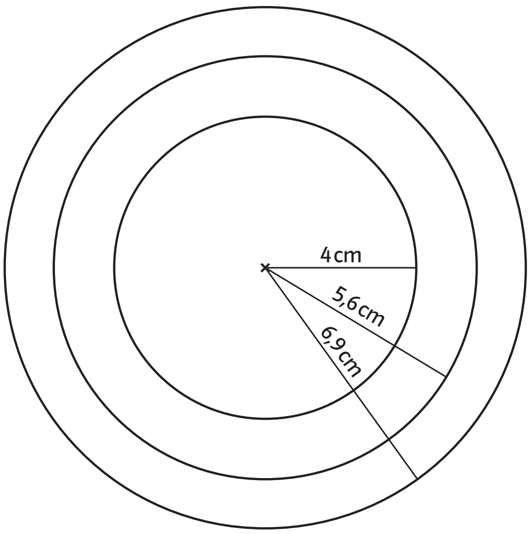
$r_2 = 5{,}6\,cm$

3. Kreis: $A_3 = 150\,cm^2$

$150 = \pi r_3^2 \quad |:\pi$

$\frac{150}{\pi} = r_3^2 \quad |\sqrt{}$

$r_3 = 6{,}9\,cm$



b) Der Umfang ändert sich proportional zur Länge des Radius.

1. Kreis

$u_1 = 2 \cdot \pi \cdot 4{,}0$

$u_1 = 25{,}1\,cm$

2. Kreis

$u_2 = 2 \cdot \pi \cdot 5{,}6$

$u_2 = 35{,}2\,cm$

3. Kreis

$u_3 = 2 \cdot \pi \cdot 6{,}9$

$u_2 = 43{,}4\,cm$

8 a) Die farbige Figur besteht aus einem größeren Halbkreis (k_1), aus dem ein zweiter Halbkreis (k_2) mit halb so großem Durchmesser erst ausgeschnitten und dann an einer anderen Stelle hinzugefügt wurde. Vereinfacht gilt:

$A = \frac{1}{2} A_1$

$A = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 4{,}0^2$

$A = 25{,}1\,\text{cm}^2$

Der Umfang der Figur setzt sich zusammen aus der Länge der halben Kreislinie des Kreises k_1 und zweimal der halben Kreislinie des Kreises k_2. Vereinfacht gilt:

$u = \frac{1}{2} u_1 + u_2$

$u = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 4{,}0 + 2 \cdot \pi \cdot 2{,}0$

$u = 25{,}1\,\text{cm}$

b) Die farbige Figur besteht aus einem Viertelkreis (k_1), aus dem ein Halbkreis (k_2) ausgeschnitten wurde.

$A = \frac{1}{4} A_1 - \frac{1}{2} A_2$

$A = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 6{,}0^2 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 3{,}0^2$

$A = 14{,}1\ \text{cm}^2$

Der Umfang der Figur setzt sich zusammen aus dem Radius von k_1, einem Viertel der Kreislinie des Kreises k_1 und der Hälfte der Kreislinie des Kreises k_2.

$u = r_1 + \frac{1}{4} u_1 + \frac{1}{2} u_2$

$u = 6{,}0 + \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 6{,}0 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 3{,}0$

$u = 24{,}8\,\text{cm}$

Seite 135, links

8 $d = 14{,}4\,\text{m}$; also $r = 7{,}2\,\text{m}$

$A = \pi \cdot 7{,}2^2 = 162{,}9$

Der Rasensprenger kann eine Fläche von maximal $163\,\text{m}^2$ bewässern.

9 $A = \pi \cdot 25^2 = 198{,}9$

Die Fläche, auf der das Signal empfangen werden kann, beträgt etwa $200\,\text{m}^2$.

10 a) Die Fläche der bearbeiteten Metallplatte besteht aus einem Quadrat, aus dem ein Kreis ausgeschnitten wurde.

$A = A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{Kreis}}$

$A = 50{,}0^2 - \pi \cdot 22{,}0^2$

$A = 979{,}5$

Der Flächeninhalt der bearbeiteten Metallplatte beträgt etwa $979{,}5\,\text{cm}^2$.

b) Die Fläche der bearbeiteten Metallplatte besteht aus einem Rechteck, aus dem zwei gleich große Kreise ausgeschnitten wurden.

$A = A_{\text{Quadrat}} - 2 \cdot A_{\text{Kreis}}$

$A = 8{,}0 \cdot 15{,}0 - 2 \cdot \pi \cdot 3{,}0^2$

$A = 120{,}0 - 56{,}5$

$A = 63{,}5$

Der Flächeninhalt der bearbeiteten Metallplatte beträgt $63{,}5\,\text{cm}^2$.

11 a) $A = \pi \cdot 18{,}3^2 = 1052{,}1$

Der Flächeninhalt der Plane beträgt etwa $1052\,\text{m}^2$.

b) $u = 2\pi \cdot 18{,}3 = 114{,}98$

Die Plane hat einen Umfang von 114,98 m.

$114{,}98 : 30 = 3{,}8$

Der Abstand der Haltepunkte beträgt etwa 3,8 m.

12 Flächeninhalt der Tischplatte:

$A_{\text{Platte}} = 1{,}0\,\text{m}^2$

Für den Flächeninhalt der Decke gilt:

$A_{\text{Decke}} = 2 \cdot A_{\text{Platte}} = 2{,}0\,\text{m}^2$.

Durchmesser der Decke berechnen:

$2{,}0 = \pi r_2^2 \qquad |:\pi$

$\frac{2{,}0}{\pi} = r_2^2 \qquad |\sqrt{\ }$

$r = 0{,}80$; also $d = 1{,}6$

Der Durchmesser der Decke beträgt 1,6 m.

Seite 135, rechts

9 Man berechnet den Flächeninhalt der jeweiligen Pizza mit $A = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2$ und anschließend den Preis pro cm^2 Pizza.

Pizzagröße	Flächeninhalt	Preis pro cm^2
Classic	$283{,}5\,\text{cm}^2$	1,76 ct
Medium	$530{,}9\,\text{cm}^2$	1,32 ct
Large	$706{,}9\,\text{cm}^2$	1,56 ct

Vergleicht man die Kosten pro cm^2 Pizza, dann stellt man fest, dass die Größe Medium am günstigsten ist. Lino bekommt also am meisten Pizza für sein Geld, wenn er sich für die Größe Medium entscheidet.

10 $d = 20\,\text{dm}$; also $r = 10\,\text{dm}$

$A = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 10^2 = 157$

Das Beet ist $157\,\text{dm}^2$ groß.

$157 : 3 = 52{,}3$

Es werden ungefähr 52 Pflanzen benötigt.

11 a) $u_{Quadrat} = 4 \cdot 6{,}0$ $\quad A_{Quadrat} = 6{,}0^2$

$u_{Quadrat} = 24{,}0\,cm$ $\quad A_{Quadrat} = 36{,}0\,cm^2$

Damit gilt: $u_{Kreis} = 24{,}0\,cm$.

Radius des Kreises berechnen:

$u_{Kreis} = 2\pi r$

$24{,}0 = 2\pi r \quad |:2 \quad |:\pi$

$r = 3{,}82$

Flächeninhalt des Kreises:

$A_{Kreis} = \pi \cdot 3{,}82^2$

$A_{Kreis} = 45{,}8\,cm^2$

Der Flächeninhalt des Kreises ist größer als der Flächeninhalt des Quadrats mit demselben Umfang.

b) $u_{Dreieck} = 3 \cdot 5{,}0$

$u_{Dreieck} = 15{,}0\,cm$

Damit gilt: $u_{Kreis} = 15{,}0\,cm$.

Radius des Kreises:

$u_{Kreis} = 2\pi r$

$15{,}0 = 2\pi r \quad |:2 \quad |:\pi$

$r = 2{,}39\,cm$

Flächeninhalt des Kreises:

$A_{Kreis} = \pi \cdot 2{,}39^2$

$A_{Kreis} = 17{,}9\,cm^2$

Flächeninhalt des Dreiecks:

$A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$

Die Höhe des Dreiecks wird im rechtwinkligen halben Dreieck mit dem Satz des Pythagoras berechnet. Es gilt:

$A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot 5{,}0 \cdot \sqrt{5{,}0^2 - 2{,}5^2}$

$A_{Dreieck} = 10{,}8\,cm^2$

Der Flächeninhalt des Kreises ist also größer als der Flächeninhalt des gleichseitigen Dreiecks mit demselben Umfang.

c) $u_{Sechseck} = 6 \cdot 4{,}0$

$u_{Sechseck} = 24{,}0\,cm$

Damit gilt: $u_{Kreis} = 24{,}0\,cm$.

Radius des Kreises:

$u_{Kreis} = 2\pi r$

$24{,}0 = 2\pi r \quad |:2 \quad |:\pi$

$r = 3{,}82\,cm$

Flächeninhalt des Kreises:

$A_{Kreis} = \pi \cdot 3{,}82^2$

$A_{Kreis} = 45{,}8\,cm^2$

Den Flächeninhalt des Sechsecks berechnet man als Summe der Flächeninhalte von sechs kongruenten, gleichseitigen Dreiecken mit Seitenlänge $a = 4{,}0\,cm$.

$A_{Sechseck} = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$

Die Höhe eines Dreiecks wird im rechtwinkligen halben Dreieck mit dem Satz des Pythagoras berechnet. Es gilt:

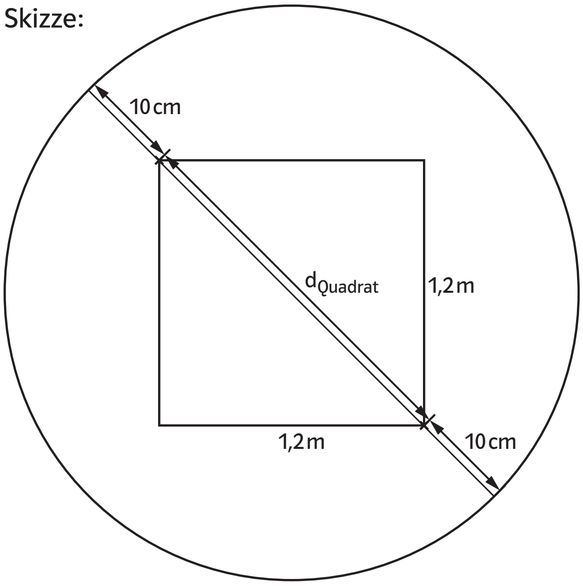
$A_{Sechseck} = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4{,}0 \cdot \sqrt{4{,}0^2 - 2{,}0^2}$

$A_{Sechseck} = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4{,}0 \cdot 3{,}46$

$A_{Sechseck} = 41{,}6\,cm^2$

Der Flächeninhalt des Kreises ist ebenfalls größer als der Flächeninhalt des regelmäßigen Sechsecks mit demselben Umfang.

12 Skizze:



Diagonale der quadratischen Tischplatte berechnen:

$d_{Platte} = a\sqrt{2}$

$d_{Platte} = 1{,}2 \cdot \sqrt{2}$

$d_{Platte} = 1{,}70\,m$

Durchmesser d und Radius r der runden Tischdecke berechnen:

$d = 1{,}70 + 2 \cdot 0{,}1 = 1{,}90$

$d = 1{,}90\,m \;\Rightarrow\; r = 0{,}95\,m$

Flächeninhalt der Tischdecke:

$A_{Kreis} = \pi \cdot 0{,}95^2$

$A_{Kreis} = 2{,}84\,m^2$

Flächeninhalt der Tischplatte:

$A_{Platte} = 1{,}2^2$

$A_{Platte} = 1{,}44\,m^2$

Differenz der Flächeninhalte in Prozent:

$\frac{A_{Decke} - A_{Platte}}{A_{Platte}} = \frac{2{,}84 - 1{,}44}{1{,}44} \approx 0{,}97 = 97\,\%$

Der Flächeninhalt der Tischdecke ist um etwa 97 % größer als der Flächeninhalt der Tischplatte, ist also etwa doppelt so groß.

13 Man setzt in die schon bekannte Flächeninhaltsformel $r = \frac{d}{2}$ ein und vereinfacht die entstehende Formel.

$A = \pi \cdot r^2$

$A = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2$

$A = \pi \cdot \frac{d^2}{4}$

$A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$

EXTRA: Wir nähern uns π — Seiten 136, 137

Seite 137

1

Näherungen der Zahl π	
Ahmes	$\left(\frac{16}{9}\right)^2 = 3{,}16049\ldots$
Platon	$\sqrt{2} + \sqrt{3} = 3{,}14626\ldots$
Archimedes	$3 + \frac{1}{7} = 3{,}14285\ldots$
Ptolemäus	$3 + \frac{17}{120} = 3{,}14166\ldots$
Tsu Ch'ung Chi	$3 + \frac{16}{113} = 3{,}14159\ldots$
Fibonacci	$3 + \frac{39}{275} = 3{,}14181\ldots$
Vieta	$1{,}8 + \sqrt{1{,}8} = 3{,}14164\ldots$

Es ist $\pi = 3{,}1415926\ldots$
Damit war Tsu Ch'ung Chi am nächsten bei der Zahl π.

2 Individuelle Lösungen

3 a) Das Verhältnis von Seitenlänge zu Pyramidenhöhe lautet jeweils:
Pyramide von Mykerinos:
$103{,}4 : 65 = 1{,}59076\ldots$
Pyramide von Chephren:
$215{,}3 : 143{,}4 = 1{,}50139\ldots$
Pyramide von Cheops:
$230{,}3 : 146{,}6 = 1{,}57094\ldots$
Die Verhältnisse sind annähernd so groß wie $\frac{\pi}{2} = 1{,}57079\ldots$
b) Die Pyramide von Cheops liegt mit ihren Abmessungen am nächsten bei der Zahl $\frac{\pi}{2}$.

4 a) Individuelle Ausführung
b) Formel für die Zelle C3: =A3*B3
Formel für die Zelle D3: =C3/2
c) $\pi = 3{,}14159265\ldots$
Die ersten sechs Dezimalen des Näherungswertes stimmen erst ab dem regelmäßigen 3072-Eck mit der Zahl π überein.

B3 | fx =B2/WURZEL(2+WURZEL(4–B2^2))

	A	B	C	D
1	Anzahl Ecken	Seitenlänge	Umfang	Näherung für π
2	6	1	6	3
3	12	0,51763809	6,21165708	3,10582854
4	24	0,26105238	6,26525723	3,13262861
5	48	0,13080626	6,27870041	3,1393502
6	96	0,06543817	6,2820639	3,14103195
7	192	0,03272346	6,28290494	3,14145247
8	384	0,01636228	6,28311522	3,14155761
9	768	0,00818121	6,28316778	3,14158389
10	1536	0,00409061	6,28318093	3,14159046
11	3072	0,00204531	6,28318421	3,14159211

3 Kreisausschnitt — Seiten 138, 139

Seite 138

Einstieg

→ Individuelle Lösungen
A ist eine ganze Pizza, Stück B ist ein Viertel einer großen Pizza und Stück C ein Achtel einer noch größeren Pizza (Innenwinkel bei C: 45°).

→ Flächeninhalte der Pizzastücke:
A: ganze Pizza mit d = 3,0 cm; also r = 1,5 cm
$A = \pi \cdot 1{,}5^2$
$A = 7{,}1\,\text{cm}^2$
B: eine Viertel Pizza mit r = 3,0 cm
$A = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 3{,}0^2$
$A = 7{,}1\,\text{cm}^2$
C: eine Achtel Pizza mit r = 4,0 cm
$A = \frac{1}{8} \cdot \pi \cdot 4{,}0^2$
$A = 6{,}3\,\text{cm}^2$
Mia und Ben haben nicht recht. Stück B ist etwas größer als Stück C. Die Teile A und B sind aber gleich groß.

Seite 139

1

α	Bezeichnung	b	A
90°	Viertelkreis	15 cm	**71,5 cm²**
180°	**Halbkreis**	**30 cm**	**143 cm²**
45°	Achtelkreis	**7,5 cm**	**35,75 cm²**
120°	**Drittelkreis**	**20 cm**	**95,33 cm²**
72°	Fünftelkreis	**12 cm**	**57,2 cm²**
270°	**Dreiviertelkreis**	**45 cm**	**214,5 cm²**

2 a) $b = u \cdot \frac{\alpha}{360°}$
$b = 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot \frac{40}{360°}$
$b = 2{,}1\,\text{cm}$

$A_S = A_{Kreis} \cdot \frac{\alpha}{360°}$

$A_S = \pi \cdot 3^2 \cdot \frac{40°}{360°}$

$A_S = 3{,}1\,cm^2$

b) $b = u \cdot \frac{\alpha}{360°}$

$b = 2 \cdot \pi \cdot 4{,}8 \cdot \frac{66°}{360°}$

$b = 5{,}5\,cm$

$A_S = A_{Kreis} \cdot \frac{\alpha}{360°}$

$A_S = \pi \cdot 4{,}8^2 \cdot \frac{66°}{360°}$

$A_S = 13{,}3\,cm^2$

c) $b = u \cdot \frac{\alpha}{360°}$

$b = \pi \cdot 31{,}2 \cdot \frac{210°}{360°}$

$b = 57{,}2\,cm$

Flächeninhalt A_S berechnen:

$r = \frac{d}{2} = 15{,}6\,cm$

$A_S = A_{Kreis} \cdot \frac{\alpha}{360°}$

$A_S = \pi \cdot 15{,}6^2 \cdot \frac{210°}{360°}$

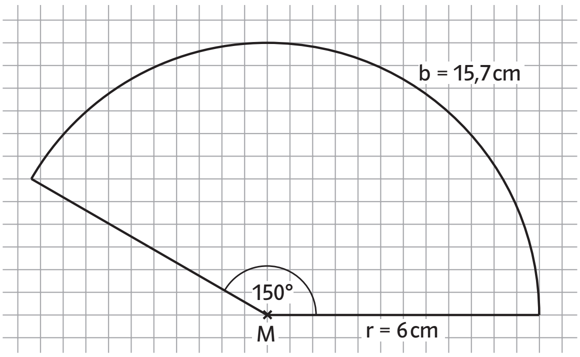
$A_S = 446{,}0\,cm^2$

3 a) $b = u \cdot \frac{\alpha}{360}$

$15{,}7 = 2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot \frac{\alpha}{360°}$ $\quad | \cdot 360°$

$15{,}7 \cdot 360° = 2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot \alpha$ $\quad |:2 \;|:\pi \;|:6$

$\alpha = 149{,}9°$

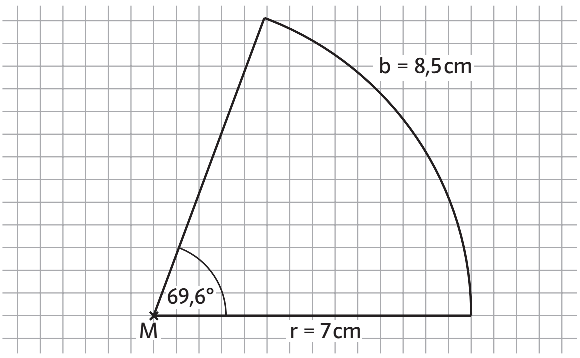


b) $b = u \cdot \frac{\alpha}{360°}$

$8{,}5 = 2 \cdot \pi \cdot 7 \cdot \frac{\alpha}{360°}$ $\quad | \cdot 360°$

$8{,}5 \cdot 360° = 2 \cdot \pi \cdot 7 \cdot \alpha$ $\quad |:2 \;|:\pi \;|:7$

$\alpha = 69{,}6°$



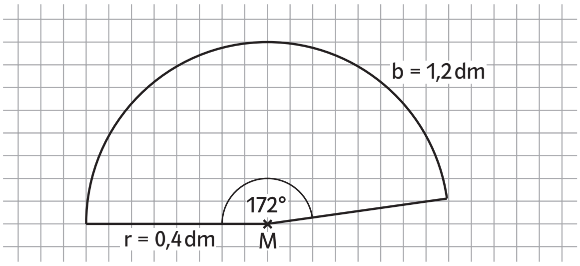
c) $d = 0{,}8\,dm$; also $r = 0{,}4\,dm$

$b = u \cdot \frac{\alpha}{360°}$

$1{,}2 = \pi \cdot 0{,}8 \cdot \frac{\alpha}{360°}$ $\quad | \cdot 360°$

$1{,}2 \cdot 360° = \pi \cdot 0{,}8 \cdot \alpha$ $\quad |:\pi \;|:0{,}8$

$\alpha = 171{,}9°$



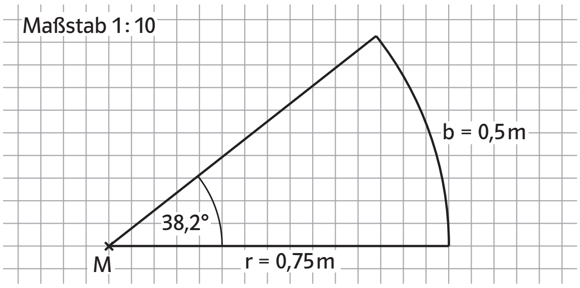
d) $d = 15\,m$; also $r = 0{,}75\,m$

$b = u \cdot \frac{\alpha}{360°}$

$0{,}5 = \pi \cdot 1{,}5 \cdot \frac{\alpha}{360°}$ $\quad | \cdot 360°$

$0{,}5 \cdot 360° = \pi \cdot 1{,}5 \cdot \alpha$ $\quad |:\pi \;|:1{,}5$

$\alpha = 38{,}2°$



4 a) $A_S = A_{Kreis} \cdot \frac{\alpha}{360°}$

$28{,}26 = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{90°}{360°}$ $\quad | \cdot 360°$

$28{,}26 \cdot 360° = \pi \cdot r^2 \cdot 90°$ $\quad |:\pi \;|:90°$

$35{,}98 = r^2$ $\quad |\sqrt{}$

$r = 6{,}00\,cm$

b) $A_S = A_{Kreis} \cdot \frac{\alpha}{360}$

$18{,}84 = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{135°}{360°}$ $\quad | \cdot 360°$

$18{,}84 \cdot 360° = \pi \cdot r^2 \cdot 135°$ $\quad |:\pi \;|:135°$

$15{,}99 = r^2$ $\quad |\sqrt{}$

$r = 4{,}00\,cm$

c) $A_S = A_{Kreis} \cdot \frac{\alpha}{360°}$

$300 = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{100°}{360°}$ $\quad | \cdot 360°$

$300 \cdot 360° = \pi \cdot r^2 \cdot 100°$ $\quad |:\pi \;|:100°$

$343{,}77 = r^2$ $\quad |\sqrt{}$

$r = 18{,}5\,dm$

d) $A_S = A_{Kreis} \cdot \frac{\alpha}{360°}$

$106{,}9 = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{250°}{360°}$ $\quad | \cdot 360°$

$106{,}9 \cdot 360° = \pi \cdot r^2 \cdot 250°$ $\quad |:\pi \;|:250°$

$49{,}00 = r^2$ $\quad |\sqrt{}$

$r = 7{,}0\,m$

A a) $b = 2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360°}$ $\quad A_S = \pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°}$

$b = 2 \cdot \pi \cdot 2{,}5 \cdot \frac{75°}{360°}$ $\quad A_S = \pi \cdot 2{,}5^2 \cdot \frac{75°}{360°}$

$b = 3{,}3\,\text{cm}$ $\quad A_S = 4{,}1\,\text{cm}^2$

b) $b = 2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360°}$ $\quad A_S = \frac{b\,r}{2}$

$b = 2 \cdot \pi \cdot 3{,}5 \cdot \frac{50°}{360°}$ $\quad A_S = \frac{3{,}1 \cdot 3{,}5}{2}$

$b = 3{,}1\,\text{cm}$ $\quad A_S = 5{,}4\,\text{cm}^2$

B a) $b = 2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360°}$

$5{,}1 = 2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot \frac{\alpha}{360°}$ $\quad |:(2 \cdot \pi \cdot 4)$

$0{,}20 = \frac{\alpha}{360°}$ $\quad | \cdot 360°$

$72° = \alpha$

$\alpha = 72°$

b) $A_S = \pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°}$

$120 = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{120°}{360°}$

$120 = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{1}{3}$ $\quad |:\pi \quad | \cdot 3$

$114{,}6 = r^2$ $\quad |\sqrt{\ }$

$10{,}7 = r$

$r = 10{,}7\,\text{cm}$

Seite 139, links

5 a) So kann man geschickt rechnen: Man überlegt sich, welcher Anteil des Kreises jeweils gegeben ist.

Mittelpunktswinkel α	Anteil am Kreis	Bogenlänge b (in cm)
36°	$\frac{1}{10}$	120 : 10 = 12
45°	$\frac{1}{8}$	120 : 8 = 15
72°	$\frac{1}{5}$	120 : 5 = 24
90°	$\frac{1}{4}$	120 : 4 = 30
120°	$\frac{1}{3}$	120 : 3 = 40

b) So kann man geschickt rechnen:

- $\alpha = 10°$: A_S ist $\frac{1}{36}$ von A_{Kreis}; also $A_S = 2\,\text{cm}^2$.
  Alle weiteren Mittelpunktswinkel sind Vielfache von $\alpha = 10°$. Es gilt:
- $\alpha = 30°$: 3-mal so groß, also $A_S = 6\,\text{cm}^2$.
- $\alpha = 40°$: 4-mal so groß, also $A_S = 8\,\text{cm}^2$.
- $\alpha = 60°$: 6-mal so groß, also $A_S = 12\,\text{cm}^2$.
- $\alpha = 240°$: 24-mal so groß, also $A_S = 48\,\text{cm}^2$.

Seite 139, rechts

5

	r	α	b	A_S
a)	7,2 cm	43°	**5,4 cm**	**19,5 cm²**
b)	**3,3 cm**	112°	6,5 cm	**10,8 cm²**
c)	5,0 cm	**252,1°**	**22,0 cm**	55 cm²
d)	**19,9 m**	27°	**9,3 m**	93 m²
e)	20,5 cm	**64,0°**	22,9 dm	**234,7 dm²**
f)	**13,0 cm**	**108,5°**	24,6 cm	160 cm²
g)	**29,3 mm**	92°	47 mm	**689,2 mm²**

3 Kreisausschnitt **Seite 140**

Seite 140, links

6 a) $45\,\text{min} = \frac{3}{4}\text{h}$; also ist $\alpha = 270°$.

$b = 2 \cdot \pi \cdot 13{,}2 \cdot \frac{270°}{360°} = 62{,}2$

Die Spitze des Minutenzeigers legt in 45 Minuten 62,2 cm zurück.

b) $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$; also ist $\alpha = 90°$.

$A_S = \pi \cdot 8^2 \cdot \frac{90°}{360°} = 50{,}3$

Der Stundenzeiger überstreicht in 3 Stunden eine Fläche von $50{,}3\,\text{cm}^2$.

7 a) Die Figur besteht aus einem Halbkreis mit Radius $r = 2\,\text{cm}$ aus dem ein kleinerer Halbkreis (mit Radius $r = 1\,\text{cm}$) herausgeschnitten und an anderer Stelle hinzugefügt wurde.
Um den Flächeninhalt geschickt zu bestimmen, berechnet man den Flächeninhalt eines Halbkreises mit $r = 2\,\text{cm}$.

$A_S = \pi \cdot 2^2 \cdot \frac{1}{2}$

$A_S = \pi \cdot 2$

$A_S = 6{,}3\,\text{cm}^2$

Für den Umfang addiert man einen halben Kreisumfang mit $r = 2\,\text{cm}$ und einen Kreisumfang mit $r = 1\,\text{cm}$.

$u = 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \pi \cdot 1$

$u = 4\pi$

$u = 12{,}7\,\text{cm}$

b) Um den Flächeninhalt geschickt zu bestimmen, berechnet man den Flächeninhalt eines Halbkreises mit $r = 2\,\text{cm}$ und zieht davon den Flächeninhalt eines ganzen Kreises mit $r = 1\,\text{cm}$ ab.

$A = \pi \cdot 2^2 \cdot \frac{1}{2} - \pi \cdot 1^2$

$A = 2 \cdot \pi - \pi$

$A = 3{,}1\,\text{cm}^2$

Um den Umfang geschickt zu bestimmen, addiert man einen halben Kreisumfang mit $r = 2\,\text{cm}$ und einen ganzen Kreisumfang mit $r = 1\,\text{cm}$.

$u = 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \pi \cdot 1$

$u = 4 \cdot \pi$

$u = 12{,}7\,\text{cm}$

8 a) Flächeninhalt des Beets:

$A_S = \pi \cdot 1{,}7^2 \cdot \frac{120°}{360°}$

$A_S = 3{,}0\,\text{m}^2$

Anzahl der Pflanzen: $3{,}0 : 0{,}2 = 15$

Es werden 15 Pflanzen benötigt.

b) Radius der Sitzgelegenheit:

$r = 1{,}70\,\text{m} + 0{,}30\,\text{m} = 2{,}0\,\text{m}$

Flächeninhalt Beet + Sitzfläche:

$A_S = \pi \cdot 2{,}0^2 \cdot \frac{120°}{360°} = 4{,}2$

Flächeninhalt Sitzfläche: $4{,}2 - 3{,}0 = 1{,}2$

Der Flächeninhalt der Sitzfläche beträgt $1{,}2\,\text{m}^2$.

9 a) Der Flächeninhalt der Fläche, die das Wischerblatt überstreicht, berechnet man als Differenz der Flächeninhalte zweier Kreisausschnitte.

$A = A_{S_1} - A_{S_2}$

$A = \pi \cdot (10 + 40)^2 \cdot \frac{175°}{360°} - \pi \cdot 10^2 \cdot \frac{175°}{360°} = 3665{,}2$

Die Fläche, die das Wischerblatt überstreicht, ist $3665{,}2\,\text{cm}^2$ groß.

Seite 140, rechts

6 a) äußerer Radius:

$r_1 = 600\,\text{mm} + 270\,\text{mm} = 870\,\text{mm} = 87\,\text{cm}$

innerer Radius: $r_2 = 270\,\text{mm} = 27\,\text{cm}$

Flächeninhalt berechnen:

$A = A_{S_1} - A_{S_2}$

$A = \pi \cdot 87^2 \cdot \frac{80°}{360°} - \pi \cdot 27^2 \cdot \frac{80°}{360°} = 4775{,}2$

Die Fläche, die das Wischerblatt auf der Fahrerseite überstreicht, ist etwa $4775\,\text{cm}^2$ groß.

b) Individuelle Schätzungen, zum Beispiel:
Die Fläche, die das zweite Wischerblatt überstreicht, ist etwas kleiner (denn das Wischerblatt ist um 10 cm kürzer), daher beträgt die Gesamtfläche ca. $8000\,\text{cm}^2 = 0{,}8\,\text{m}^2$. Es werden ca. 80 % der Windschutzscheibe überstrichen.

Flächeninhalt A′, der vom 2. Wischerblatt überstrichen wird:

$A' = \pi \cdot (r_1')^2 \cdot \frac{80°}{360°} - \pi \cdot (r_2')^2 \cdot \frac{80°}{360°}$

$A' = 3979{,}4\,\text{cm}^2$

Gesamtfläche, die überstrichen wird:

$A_{gesamt} = A + A'$

$A_{gesamt} = 4775{,}2 + 3979{,}4$

$A_{gesamt} = 8754{,}6\,\text{cm}^2 = 0{,}875\,\text{m}^2$

$\frac{0{,}875}{1} = 87{,}5\,\%$

Von beiden Wischerblättern werden etwa 87,5 % der Windschutzscheibe überstrichen.

7 a) Radius des Kreises, den der Minutenzeiger überstreicht: $r = 22\,\text{m} - 5\,\text{m} = 17\,\text{m}$

Winkel des Kreisausschnitts: $\alpha = \frac{5}{60} \cdot 360° = 30°$

Bogenlänge berechnen: $b = 2 \cdot \pi \cdot 17 \cdot \frac{30°}{360°} = 8{,}9$

Die Spitze des Minutenzeigers legt in 5 Minuten 8,9 m zurück.

b) Radius des Kreises, den der Stundenzeiger beschreibt: $r = 17\,\text{m} - 5\,\text{m} = 12\,\text{m}$

Für den Stundenzeiger besteht ein voller Kreis aus insgesamt $12 \cdot 60 = 720$ Minuten.

Winkel des Kreisausschnitts:

$\alpha = \frac{5}{60 \cdot 12} \cdot 360° = 2{,}5°$

Flächeninhalt berechnen: $A_S = \pi \cdot 12^2 \cdot \frac{2{,}5°}{360°} = 3{,}1$

Die Fläche, welche der Stundenzeiger in 5 Minuten überstreicht, ist $3{,}1\,\text{m}^2$ groß.

8 a) Es muss gelten $b = r$; damit erhält man durch Einsetzen in die Formel $b = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360}$:

$r = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360} \quad |:r$

$1 = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360} \quad |\cdot 360°$

$360° = 2 \cdot \pi \cdot \alpha \quad |:2 \quad |:\pi$

$\alpha = 57{,}3°$

Für den Mittelpunktswinkel $\alpha = 57{,}3°$ ist der Kreisbogen gleich lang wie der Radius des Kreises.

b) Es muss gelten $b = 2r$ bzw. $b = \frac{1}{2}r$.

Einsetzen von $b = 2r$ in die Formel:

$2r = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360°} \quad |:r$

$2 = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360°} \quad |\cdot 360°$

$2 \cdot 360° = 2 \cdot \pi \cdot \alpha \quad |:2 \quad |:\pi$

$\alpha = 114{,}6°$

Entsprechend erhält man für $b = \frac{1}{2}r$: $\alpha = 28{,}6°$.

Hinweis: Da die Bogenlänge proportional zum Mittelpunktswinkel wächst, ist es nicht notwendig, alles neu zu berechnen. Man kann den Mittelpunktswinkel für $b = 2r$ bzw. $b = \frac{1}{2}r$ mithilfe des Ergebnisses aus a) angeben.

c) Einsetzen von $b = \pi \cdot r$ in die Formel:

$$\pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360°} \quad |:\pi \quad |:r$$
$$1 = 2 \cdot \frac{\alpha}{360°} \quad |\cdot 360°$$
$$360° = 2\,\alpha \quad |:2$$
$$\alpha = 180°$$

Für $\alpha = 180°$ ist der Kreisbogen π-mal so lang wie der Radius.

4 Zusammengesetzte Figuren — Seite 141

Seite 141

Einstieg

→ Gold: Kreis mit Radius $r = 1\,\text{cm}$;
Platin: Kreisausschnitt mit Radius $r = 4\,\text{cm}$ und Mittelpunktswinkel $\alpha = 90°$; aus dem ein Kreis mit Radius $r = 1\,\text{cm}$ ausgeschnitten wurde.
Silber: Stück, das bleibt, wenn man von einem Quadrat mit Seitenlänge $a = 4\,\text{cm}$ den Kreisausschnitt mit Radius $r = 4\,\text{cm}$ und $\alpha = 90°$ ausschneidet.

→ Flächeninhalt Gold (Kreis):
$A_{Gold} = \pi \cdot 1^2$
$A_{Gold} = 3{,}14\,\text{cm}^2$
Flächeninhalt Platin:
$A_{Platin} = A_S - A_{Gold}$
$A_{Platin} = \pi \cdot 4^2 \cdot \frac{90°}{360°} - A_{Gold}$
$A_{Platin} = 12{,}57 - 3{,}14$
$A_{Platin} = 9{,}42\,\text{cm}^2$
Flächeninhalt Silber:
$A_{Silber} = A_{Quadrat} - A_S$
$A_{Silber} = 4^2 - 12{,}57$
$A_{Silber} = 3{,}43\,\text{cm}^2$
Die Anteile der Edelmetalle betragen damit:
Gold: $\frac{3{,}14}{16} \approx 19{,}6\,\%$
Platin: $\frac{9{,}42}{16} \approx 59{,}0\,\%$
Silber: $\frac{3{,}43}{16} \approx 21{,}4\,\%$

1 a) Die Figur besteht aus zwei Quadraten mit Seitenlänge $a = 2{,}0\,\text{cm}$ und aus zwei gleich großen Kreisausschnitten mit Radius $r = 2{,}0\,\text{cm}$ und Mittelpunktswinkel $\alpha = 90°$.
$A = 2 \cdot A_{Quadrat} + 2 \cdot A_S$
$A = 2 \cdot 2^2 + 2 \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot \frac{90°}{360°}$
$A = 14{,}3\,\text{cm}^2$

b) Die Figur besteht aus einem Rechteck, aus dem zwei gleich große Halbkreise (also ein ganzer Kreis) herausgeschnitten wurden.
$A = A_{Rechteck} - A_{Kreis}$
$A = 7{,}5 \cdot 5{,}0 - \pi \cdot 2{,}5^2$
$A = 37{,}50 - 19{,}63$
$A = 17{,}9\,\text{cm}^2$

c) Die Figur besteht aus einem Trapez, aus dem ein Halbkreis herausgeschnitten wurde, und einem größeren Halbkreis.
$A = A_{Trapez} - A_{Halbkreis1} + A_{Halbkreis2}$
$A = \frac{6+4}{2} \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2^2 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 3^2$
$A = 15 - 6{,}28 + 14{,}14$
$A = 22{,}9\,\text{cm}^2$

4 Zusammengesetzte Figuren — Seiten 142, 143

Seite 142

2 a) Das Teildreieck ist gleichschenklig, daher ist die dritte Seite, die auch Durchmesser des Kreises ist, ebenfalls 5,0 cm lang.
$u = 5{,}0 + 6{,}4 + u_{Halbkreis}$
$u = 5{,}0 + 6{,}4 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 5{,}0$
$u = 19{,}3\,\text{cm}$

b) Der Durchmesser des Kreises d wird mit dem Satz des Pythagoras berechnet.
$d = \sqrt{6{,}0^2 + 8{,}0^2}$
$d = 10{,}0\,\text{cm}$
Umfang u berechnen:
$u = 6{,}0 + 8{,}0 + u_{Halbkreis}$
$u = 6{,}0 + 8{,}0 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 10{,}0$
$u = 29{,}7\,\text{cm}$

c) Die fehlende Seite des Dreiecks wird mit dem Satz des Pythagoras berechnet.
$c = \sqrt{4{,}0^2 + 5{,}5^2}$
$c = 6{,}80\,\text{cm}$
Umfang u berechnen:
$u = 5{,}5 + 6{,}8 + b + 4{,}0$
$u = 5{,}5 + 6{,}8 + 2 \cdot \pi \cdot 4{,}0 \cdot \frac{70}{360} + 4{,}0$
$u = 21{,}2\,\text{cm}$

3 a) Flächeninhalt A bestimmen:
$A = A_{Quadrat} - 3 \cdot A_{Viertelkreis}$
$A = 4^2 - 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 2^2$
$A = 6{,}6\,\text{cm}^2$

Umfang u bestimmen:

$u = 2 \cdot \frac{a}{2} + 3 \cdot b_{\text{Viertelkreis}}$

$u = 2 \cdot \frac{4}{2} + 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 2$

$u = 13{,}4\,\text{cm}$

b) Flächeninhalt A bestimmen:

$A = 3 \cdot A_{\text{Viertkreis}} + A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{Viertelkreis}}$

$A = 2 \cdot A_{\text{Viertkreis}} + A_{\text{Quadrat}}$

$A = 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 2^2 + 2^2$

$A = 10{,}3\,\text{cm}^2$

Umfang u bestimmen:

4 Viertelkreise ergeben einen vollen Kreis.

$u = 2 \cdot \pi \cdot 2$

$u = 12{,}6\,\text{cm}$

c) Flächeninhalt A bestimmen:

Die zwei oberen Teile der Figur bzw. die zwei unteren Teile ergänzen sich jeweils zu einem Quadrat mit Seitenlänge $\frac{1}{2}$a.

$A = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}a\right)^2$

$A = 2 \cdot 2^2$

$A = 8\,\text{cm}^2$

Umfang u bestimmen:

4 Viertelkreise ergeben einen vollen Kreis.

$u = 2 \cdot \pi \cdot 2$

$u = 12{,}6\,\text{cm}$

A $r = 3\,\text{cm}$

$A = A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{Halbkreis}}$

$A = a^2 - \frac{1}{2}\pi r^2$

$A = 6^2 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 3^2$

$A = 21{,}9\,\text{cm}^2$

B $d^2 = 5{,}8^2 + 5{,}8^2 \quad | \sqrt{\ }$

$d = \sqrt{5{,}8^2 + 5{,}8^2}$

$d = 8{,}20\,\text{cm}$

$r = 4{,}10\,\text{cm}$

$A = A_{\text{Dreieck}} + A_{\text{Halbkreis}}$

$A = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}\pi r^2$

$A = \frac{1}{2} \cdot 5{,}8 \cdot 5{,}8 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 4{,}1^2$

$A = 43{,}2\,\text{cm}^2$

$u = a + h + \frac{1}{2} \cdot 2\pi r$

$u = 5{,}8 + 5{,}8 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 4{,}1$

$u = 24{,}5\,\text{cm}$

Seite 142, links

4 a) $A = A_{\text{Kreis}} - A_{\text{Rechteck}}$

Den Durchmesser d des Kreises berechnet man mit dem Satz des Pythagoras.

$d = \sqrt{3{,}0^2 + 4{,}0^2}$

$d = 5{,}0\,\text{cm}$

Also ist $r = 2{,}5\,\text{cm}$. Damit erhält man:

$A = \pi \cdot 2{,}5^2 - 3{,}0 \cdot 4{,}0$

$A = 7{,}6\,\text{cm}^2$

b) $A = A_{\text{Kreis}} - A_{\text{Quadrat}}$

Den Durchmesser d des Kreises berechnet man mit dem Satz des Pythagoras.

$d = \sqrt{4{,}6^2 + 4{,}6^2}$

$d = 6{,}5\,\text{cm}$

Also ist $r = 3{,}25\,\text{cm}$. Damit erhält man:

$A = \pi \cdot 3{,}25^2 - 4{,}6^2$

$A = 12{,}0\,\text{cm}^2$

5 a) Die Figur kann in ein gleichschenkliges, rechtwinkliges Dreieck und einen Halbkreis zerlegt werden. Da das Dreieck gleichschenklig ist (Winkel 90°; 45°; 45°), ist der Radius des Halbkreises 4,0 cm lang.

Flächeninhalt bestimmen:

$A = A_{\text{Dreieck}} + A_{\text{Halbkreis}}$

$A = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 4^2$

$A = 33{,}1\,\text{cm}^2$

Hypotenuse des Dreiecks c bestimmen:

$c = \sqrt{4{,}0^2 + 4{,}0^2}$

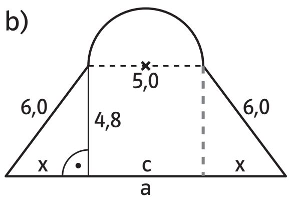
$c = 5{,}66\,\text{cm}$

Umfang bestimmen:

$u = 4 + 5{,}66 + 4 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 4$

$u = 26{,}2\,\text{cm}$

b)



Die Figur besteht aus einem Trapez und einen Halbkreis.

Bestimmen der Seitenlänge a des Trapezes:

$x^2 = 6^2 - 4{,}8^2$

$x = \sqrt{6{,}0^2 - 4{,}8^2}$

$x = 3{,}6\,\text{cm}$

Damit erhält man:

$a = 5{,}0 + 2 \cdot 3{,}6$

$a = 12{,}2\,\text{cm}$

Flächeninhalt bestimmen:

$A = A_{\text{Trapez}} + A_{\text{Halbkreis}}$

$A = \frac{12{,}2 + 5{,}0}{2} \cdot 4{,}8 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2{,}5^2$

$A = 51{,}1\,\text{cm}^2$

Umfang bestimmen:

$u = a + b + \frac{1}{2} \cdot 2\pi r + d$

$u = 12{,}2 + 6{,}0 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 2{,}5 + 6{,}0$

$u = 32{,}1\,\text{cm}$

Seite 142, rechts

4 a) Aus dem Kreis wurde ein Rechteck entfernt. Die Diagonale d des Rechtecks ist der Durchmesser des Kreises (Satz des Thales).
Seitenlänge b berechnen:

$b = \sqrt{7^2 - 5{,}6^2}$

$b = 4{,}2\,\text{cm}$

Flächeninhalt berechnen:

$A = A_{\text{Kreis}} - A_{\text{Rechteck}}$

$A = \pi r^2 - a b$

$A = \pi \cdot 3{,}5^2 - 5{,}6 \cdot 4{,}2$

$A = 15{,}0\,\text{cm}^2$

b) Aus dem Kreis wurde ein Quadrat entfernt. Die Diagonale des Quadrats ist der Durchmesser des Kreises (Satz des Thales).
Seitenlänge a berechnen:

$d^2 = a^2 + a^2$

$d = a\sqrt{2} \qquad |:\sqrt{2}$

$\frac{d}{\sqrt{2}} = a$

$a = \frac{7}{\sqrt{2}}$

$a = 4{,}95\,\text{cm}$

Flächeninhalt berechnen:

$A = A_{\text{Kreis}} - A_{\text{Quadrat}}$

$A = \pi \cdot 3{,}5^2 - 4{,}95^2$

$A = 14{,}0\,\text{cm}^2$

5 a) Die Figur kann in ein gleichschenkliges, rechtwinkliges Dreieck und einen Kreisausschnitt mit dem Mittelpunktswinkel α zerlegt werden.
Bestimmen des Radius r:

$r = \sqrt{4^2 + 4^2}$

$r = 5{,}66\,\text{cm}$

Für den Winkel α gilt: $\alpha = 180° - 45° = 135°$.

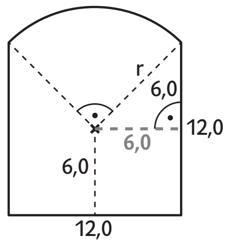
Flächeninhalt berechnen:

$A = A_{\text{Dreieck}} + A_S$

$A = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 + \pi \cdot 5{,}66^2 \cdot \frac{135°}{360°}$

$A = 45{,}7\,\text{cm}^2$

b) Die Figur kann in zwei kongruente Trapeze und einen Viertelkreis zerlegt werden.



Bestimmen des Radius r:

$r^2 = \sqrt{6^2 + 6^2}$

$r = 8{,}49\,\text{cm}$

Flächeninhalt berechnen:

$A = 2\,A_{\text{Trapez}} + \frac{1}{4} A_{\text{Kreis}}$

$A = 2 \cdot \frac{12 + 6}{2} \cdot 6 + \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 8{,}49^2$

$A = 164{,}5\,\text{cm}^2$

Seite 143, links

6 a) Umfang der Figur (1):

$u_1 = 4 \cdot A_{\text{Viertekreis}} + 2 \cdot \frac{d}{2} + 2r$

$u_1 = 4 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \pi d\right) + d + d$

$u_1 = \pi d + 2d$

Umfang der Figur (2):

$u_2 = 2 \cdot A_{\text{Halbkreis}} + 2a$

$u_2 = 2 \cdot \frac{1}{2}\pi d + 2a$

$u_2 = \pi d + 2a$

Es gilt $d^2 = a^2 + a^2$ bzw. $d = a\sqrt{2}$; es ist also $d > a$. Damit ist auch $u_1 > u_2$.
Die Figur (2) hat also den kleineren Umfang.

b) Individuelle Lösungen

7 $A_{\text{Grundstück}} = 20 \cdot 15$

$A_{\text{Grundstück}} = 300\,\text{m}^2$

Flächeninhalt des Beckens:

$A_{\text{Becken}} = \pi \cdot 2^2$

$A_{\text{Becken}} = 12{,}6\,\text{m}^2$

Flächeninhalt der Terrasse:

$A_{\text{Terrasse}} = A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{Becken}}$

$A_{\text{Terrasse}} = 8^2 - \pi \cdot 2^2$

$A_{\text{Terrasse}} = 51{,}4\,\text{m}^2$

Berechnen der Flächenanteile:

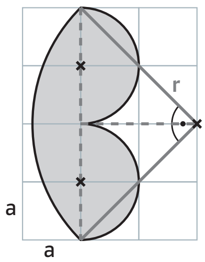
Becken: $\frac{A_{\text{Becken}}}{A_{\text{Grundstück}}} = \frac{12{,}6}{300} = 4{,}2\,\%$

Terrasse: $\frac{A_{\text{Terrasse}}}{A_{\text{Grundstück}}} = \frac{51{,}4}{300} = 17{,}1\,\%$

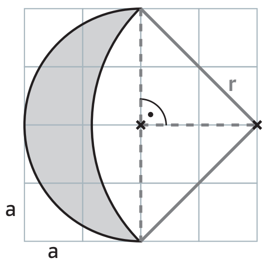
8 Radius innerer Kreis: $r_i = 1{,}5\,m$
Radius äußerer Kreis: $r_a = 1{,}5\,m + 0{,}5\,m = 2{,}0\,m$
Flächeninhalt der Beetfläche:
$A_{Beet} = A_{Kreis\ außen} - A_{Kreis\ innen}$
$A_{Beet} = \pi \cdot 2^2 - \pi \cdot 1{,}5^2 = 5{,}50$
Die Beetfläche ist $5{,}50\,m^2$ groß.
b) Gesucht ist der Umfang u_a des äußeren Kreises.
$u_a = 2 \cdot \pi \cdot 2 = 12{,}6$
Der Eisenring hat eine Länge von 12,6 m.

Seite 143, rechts

6 a) Die farbige Fläche kann in zwei gleich große Halbkreise und ein Kreissegment zerlegt werden. Das Kreissegment erhält man, wenn man vom dazugehörigen Kreisausschnitt (Viertelkreis) das innen liegende gleichschenklige Dreieck abzieht.



Radius Halbkreis: $a = 2\,cm$
Radius Viertelkreis:
$r = \sqrt{4^2 + 4^2}$
$r = 5{,}66\,cm$
$A = 2 \cdot A_{Halbkreis} + A_{Viertelkreis} - A_{Dreieck}$
$A = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2^2 + \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 5{,}66^2 + \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4$
$A = 53{,}7\,cm^2$
b) Die farbige Fläche erhält man, wenn man zum Halbkreis mit Radius $2a = 4\,cm$ das gleichschenklig, rechtwinklige Dreieck mit Hypotenuse $4a = 8\,cm$ und den Katheten r hinzu addiert und von der gesamten Fläche den Kreisausschnitt (Viertelkreis) mit Radius r wieder abzieht.

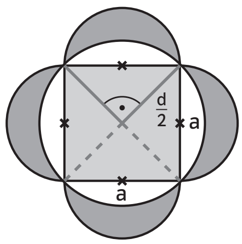


Den Radius r des Viertelkreises berechnet man mit dem Satz des Pythagoras. Es ist $r = 5{,}66\,cm$ (vgl. Teilaufgabe a)).

$A = A_{Halbkreis} + A_{Dreieck} - A_{Viertelkreis}$
$A = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 4^2 + \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 - \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 5{,}66^2$
$A = 16{,}0\,cm^2$

7 a) Den Durchmesser des Halbkreises bestimmt man mit dem Satz des Pythagoras.
$d = \sqrt{9^2+9^2}$
$d = \sqrt{162}$
$r = \frac{d}{2} = 6{,}36\,cm$
Flächeninhalt berechnen:
$A = A_{Halbkreis} + \frac{1}{2} A_{Quadrat} - A_{Viertelkreis}$
$A = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 6{,}36^2 + \frac{1}{2} \cdot 9^2 - \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 9^2$
$A = 40{,}5\,cm^2$
Umfang berechnen:
$u = u_{Halbkreis} + u_{Viertelkreis}$
$u = \pi \cdot 6{,}36 + \frac{1}{2}\pi \cdot 9$
$u = 34{,}1\,cm$
b) Für die Höhe h_a im gleichseitigen Dreieck gilt:
$h_a^2 = 8^2 - 4^2 \quad |\sqrt{\ }$
$h_a = \sqrt{8^2 - 4^2}$
$h_a = 6{,}93\,cm$
Flächeninhalt berechnen:
$A = A_S - 2 \cdot A_{Dreieck}$
$A = \pi \cdot 8^2 \cdot \frac{120°}{360°} - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6{,}93$
$A = 11{,}6\,cm^2$
Umfang berechnen:
$u = 2 \cdot \pi \cdot 8 \cdot \frac{120°}{360°} + 2 \cdot 8$
$u = 32{,}6\,cm$

8



Carmens Behauptung ist richtig.
Man führt die Berechnung für eines der Möndchen durch:
$A_{Möndchen} = A_{Halbkreis} + \frac{1}{4} A_{Quadrat} - A_{Viertelkreis}$
Dabei sind:
Radius Halbkreis $= \frac{a}{2}$;
Radius Viertelkreis $= \frac{d}{2}$ (d Diagonale)
Für die Diagonale d des Quadrats gilt:
$d^2 = 2a^2$
$d = a\sqrt{2}$

ACHTUNG: Sie arbeiten mit der Manuskriptfassung der Lösungen. Sie enthalten möglicherweise Fehler.
Gern können Sie Rückmeldungen an die folgende email-Adresse senden: SchnittpunktBW@klett.de
Die Verkaufsauflage erscheint im Frühjahr 2019 unter der ISBN 978-3-12-744393-6.

Man erhält also:

$A_{Möndchen} = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2$

$A_{Möndchen} = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}\pi\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2$

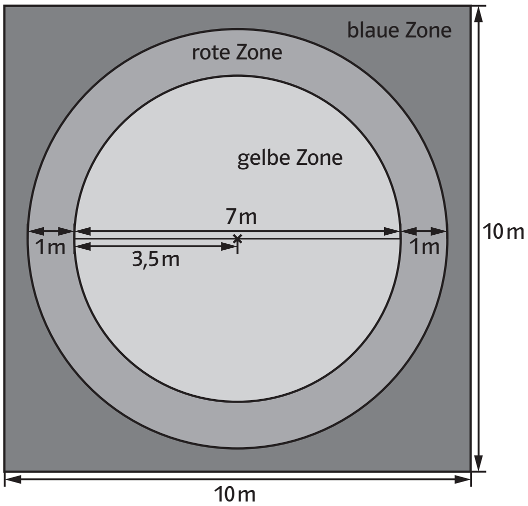
$A_{Möndchen} = \frac{1}{2}\pi \cdot \frac{a^2}{4} + \frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}\pi \cdot \frac{2a^2}{4}$

$A_{Möndchen} = \pi \cdot \frac{a^2}{8} + \frac{1}{4}a^2 - \pi \cdot \frac{a^2}{8}$

$A_{Möndchen} = \frac{1}{4}a^2$

Ein Möndchen ist also genauso so groß wie ein Viertel des Quadrats. Daraus folgt, dass der Flächeninhalt aller vier Möndchen genauso groß ist wie der Flächeninhalt des ganzen Quadrats.

9



$A_{Matte} = 100\,m^2$

Flächeninhalte der einzelnen Farbflächen:

$A_{Gelb} = \pi \cdot 3{,}5^2$

$A_{Gelb} = 38{,}5\,m^2$

$A_{Rot} = \pi \cdot (3{,}5 + 1)^2 - \pi \cdot 3{,}5^2$

$A_{Rot} = 25{,}1\,m^2$

$A_{Blau} = 100 - \pi \cdot 4{,}5^2$

$A_{Blau} = 36{,}4\,m^2$

Anteile der drei Zonen in Prozent:

gelbe Zone: $\frac{A_{Gelb}}{A_{Matte}} = \frac{38{,}5}{100} = 38{,}5\,\%$

rote Zone: $\frac{A_{Rot}}{A_{Matte}} = \frac{25{,}1}{100} = 25{,}1\,\%$

blaue Zone: $\frac{A_{Blau}}{A_{Matte}} = \frac{36{,}4}{100} = 36{,}4\,\%$

Basistraining Seite 145

Seite 145

1 a) $A = \pi \cdot 3{,}6^2$
$A = 40{,}7\,cm^2$

b) $A = \pi \cdot 6{,}4^2$
$A = 128{,}7\,dm^2$

c) $r = 7{,}5\,mm$
$A = \pi \cdot 7{,}5^2$
$A = 176{,}7\,mm^2$

d) $r = 8{,}9\,m$
$A = \pi \cdot 8{,}9^2$
$A = 248{,}8\,m^2$

2 a) $17{,}0 = \pi\, d \quad |:\pi$
$d = 5{,}4\,cm$
$r = 2{,}7\,cm$

b) $0{,}74 = \pi\, d \quad |:\pi$
$d = 0{,}24\,dm$
$r = 0{,}12\,dm$

c) $133 = \pi r^2 \quad |:\pi$
$\frac{133}{\pi} = r^2 \quad |\sqrt{\ }$
$r = 6{,}50\,cm$
$d = 13{,}0\,cm$

d) $18{,}1 = \pi r^2 \quad |:\pi$
$\frac{18{,}1}{\pi} = r^2 \quad |\sqrt{\ }$
$r = 5{,}76\,m$
$d = 11{,}52\,m$

3

	r	d	A	u
a)	4,0 cm	**8,0 cm**	**50,3 cm²**	**25,1 cm**
b)	**5,0 cm**	**10,0 cm**	**78,5 cm²**	31,4 cm
c)	**8,0 cm**	**16,0 cm**	200,0 cm²	**50,3 cm**
d)	**0,45 dm**	**0,90 dm**	**0,64 dm²**	2,83 dm
e)	4,5 m	**9,0 m**	63,5 m²	**28,3 m**

4 Stufe 1:
$150 = \pi r^2 \quad |:\pi$
$\frac{150}{\pi} = r^2 \quad |\sqrt{\ }$
$r = 6{,}9\,m$
$d = 13{,}8\,m$

Stufe 2:
$300 = \pi r^2 \quad |:\pi$
$\frac{300}{\pi} = r^2 \quad |\sqrt{\ }$
$r = 9{,}77\,m$
$d = 19{,}5\,m$

5 Strecke s, die Marie mit 25 Radumdrehungen zurücklegt:
$s = 25 \cdot u_{Marie}$
$s = 25 \cdot \pi \cdot 40{,}6$
$s = 3188{,}7\,cm$
x: Anzahl der Umdrehungen des Rads von Simon, um die gleiche Strecke s zu erreichen
$s = x \cdot u_{Simon}$
$3188{,}7 = x \cdot \pi \cdot 50{,}8 \quad |:\pi \quad |:50{,}8$
$x = 20{,}0$
Um die gleiche Weglänge zu erreichen, benötigt Simon etwa 20 Umdrehungen.

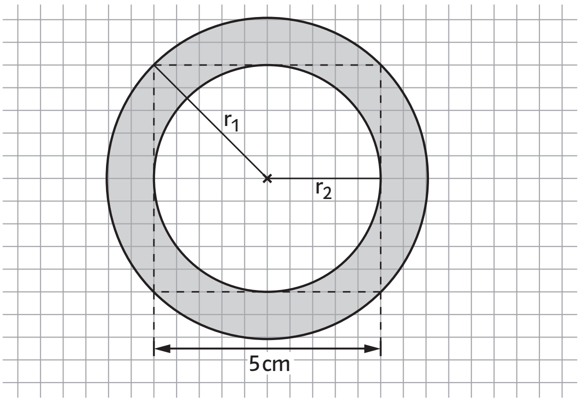
6 a) $u = \frac{1}{2}u_{Kreis1} + \frac{1}{4}u_{Kreis2} + \frac{1}{2}u_{Kreis3} + 1$
$u = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 1 + \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 1{,}5 + 1$
$u = 13{,}6\,cm$

b) $A = \frac{3}{4}A_{Kreis1} - A_{Kreis2}$
$A = \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot 2^2 - \pi \cdot 0{,}5^2$
$A = 8{,}6\,cm^2$

7

	r	α	b	A_S
a)	14,2 cm	54°	**13,4 cm**	**95,0 cm²**
b)	**8,9 cm**	85°	13,2 cm	**248,8 cm²**
c)	12,6 cm	**52°**	**11,4 cm**	72 cm²
d)	**9,1 cm**	114°	**18,2 m**	83 m²

8 a) $r_2 = 2{,}5\,cm$
Der Radius r_1 ist halb so lang wie die Diagonale d des Quadrats.
$d = \sqrt{5^2 + 5^2}$
$d = 7{,}07\,cm$
$r_1 = 3{,}54\,cm$



b) $A = A_{Kreis1} - A_{Kreis2}$
$A = \pi \cdot 3{,}54^2 - \pi \cdot 2{,}5^2$
$A = 19{,}7\,cm^2$

9 a) Quadrat mit $a = 5{,}0\,cm$; Viertelkreis mit $r = 5{,}0\,cm$
Flächeninhalt berechnen:
$A = A_{Quadrat} - A_{Viertelkreis}$
$A = 5^2 - \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 5^2$
$A = 5{,}4\,cm^2$
Umfang berechnen:
$u = 2 \cdot 5 + \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 5$
$u = 13{,}9\,cm$
b) Parallelogramm: $a = 4{,}0\,cm$; $b = 6{,}0\,cm$; $h_a = 4{,}6\,cm$
Kreisausschnitte: $r = 4{,}0\,cm$; $\alpha = 50°$
Flächeninhalt berechnen:
$A = A_{Parallelogramm} - 2 \cdot A_S$
$A = 4{,}0 \cdot 4{,}6 - 2 \cdot \pi \cdot 4{,}0^2 \cdot \frac{50°}{360°}$
$A = 4{,}4\,cm^2$
Umfang berechnen:
$u = 2 \cdot (6{,}0 - 4{,}0) + 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 4{,}0 \cdot \frac{50°}{360°}$
$u = 11{,}0\,cm$

Anwenden. Nachdenken — Seiten 146, 147

Seite 146

10 $s = 118 \cdot u_{Rad}$
$s = 118 \cdot \pi \cdot 50{,}8 = 18\,832{,}0$
Nach 118 Radumdrehungen hat Claudia 18 832 cm = 188,32 m zurückgelegt. Diese Strecke entspricht dem Umfang des Rundwegs.
Radius des Rundwegs berechnen:
$188{,}32 = 2\pi r \quad |:2 \;|:\pi$
$r = 30{,}0$
Der Radius des Rundwegs beträgt etwa 30,0 m, sein Umfang etwa 188,3 m.

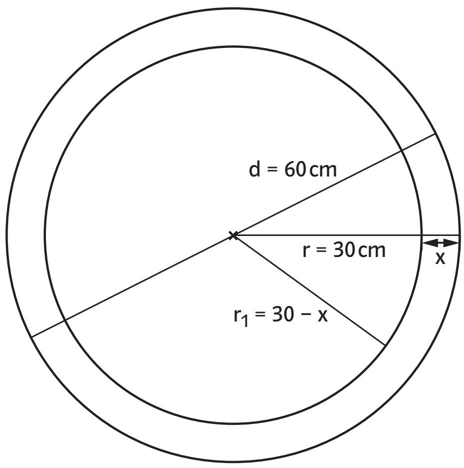
11 a) Die Faustformel lautet:
$u = d \cdot 3 + 5\,\% \cdot d \cdot 3$ bzw.
$u = 3d + 0{,}05 \cdot 3d$

	Durchmesser d	Umfang Faustformel	Umfang $u = \pi\,d$
(1)	10 cm	31,5 cm	31,4 cm
(2)	4 dm	12,6 dm	12,6 dm
(3)	300 mm	945 mm	942,5 mm
(4)	5,0 m	15,75 m	15,71 m

b) Vereinfachen der Faustformel ergibt:
$u = 3 \cdot d + 0{,}05 \cdot 3 \cdot d$
$u = 3 \cdot d + 0{,}15 \cdot d$
$u = 3{,}15 \cdot d$
Man rechnet also mit dem Näherungswert $\pi \approx 3{,}15$.

12 Es gilt $d_1 = 6\,cm$; also ist $r_1 = 3\,cm$.
Der größere konzentrische Kreis hat den Radius r_2. Damit der Kreisring den gleichen Flächeninhalt wie der erste Kreis hat, muss gelten:
$A_{Kreis1} = A_{Kreisring}$
$A_{Kreis1} = A_{Kreis2} - A_{Kreis1}$
$\pi \cdot 3^2 = \pi r_2^2 - \pi \cdot 3^2 \quad |:\pi$
$3^2 = r_2^2 - 3^2 \quad |+3^2$
$18 = r_2^2 \quad |\sqrt{\;}$
$r_2 = 4{,}2$
Der größere konzentrische Kreis hat einen Radius von 4,2 cm.

13 Dicke der Rindenschicht (in cm): x
Skizze:



Für den Flächeninhalt der Rinde gilt:
$A_{Rinde} = A_{Stamm} - A_{Kreis\ innen}$ (1)

ACHTUNG: Sie arbeiten mit der Manuskriptfassung der Lösungen. Sie enthalten möglicherweise Fehler.
Gern können Sie Rückmeldungen an die folgende email-Adresse senden: SchnittpunktBW@klett.de
Die Verkaufsauflage erscheint im Frühjahr 2019 unter der ISBN 978-3-12-744393-6.

Zudem weiß man:
$A_{Rinde} = 0{,}06 \cdot A_{Stamm}$ (2)
Aus (1) und (2) erhält man:
$0{,}06 \cdot A_{Stamm} = A_{Stamm} - A_{Kreis\ innen}$
$0{,}06 \cdot \pi \cdot 30^2 = \pi \cdot 30^2 - \pi \cdot (30 - x)^2 \quad |:\pi$
$0{,}06 \cdot 30^2 = 30^2 - (30 - x)^2$
$0{,}06 \cdot 30^2 = 30^2 - (30^2 - 60x + x^2)$
$54 = 60x - x^2 \quad |+x^2 - 60x$
$x^2 - 60x + 54 = 0 \quad |$ Lösungsformel
$x_{1,2} = -\frac{-60}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-60}{2}\right)^2 - 54}$
$x_{1,2} = 30 \pm 29{,}09$
$x_1 = 59{,}09;\ x_2 = 0{,}91$
Der Rindenschicht ist also 0,91 cm ≈ 9 mm dick.

14 a) $u = \pi \cdot 61 = 191{,}6$
In einer Gondel legt man bei einer vollen Umdrehung des Riesenrads 191,6 m zurück.
b) $191{,}6 : 0{,}75 \approx 255$
$255\,s = 4\,min\ 15\,s = 4\frac{1}{4}\,min$
Für eine Umdrehung ohne Halt braucht das Riesenrad $4\frac{1}{4}$ min.

15 a) Durchmesser eines Basketballs:
$72 = \pi \cdot d_1 \quad |:\pi$ $\qquad 74 = \pi \cdot d_2 \quad |:\pi$
$d_1 = 22{,}9\,cm$ $\qquad d_2 = 23{,}6\,cm$
Der Durchmesser eines Basketballs liegt zwischen 22,9 cm und 23,6 cm.
Abstand zwischen Balloberfläche und Ring
- bei d_1: $(45 - 22{,}9) : 2 = 11{,}05$
- – bei d_2: $(45 - 23{,}6) : 2 = 10{,}7$

Der Abstand zwischen Balloberfläche und Ring, wenn man genau in die Mitte des Korbs wirft, beträgt zwischen 10,7 cm und 11,1 cm.

16 Flächeninhalt der kleinsten Fläche, die bewässert werden kann:
Kreisausschnitt mit $r = 5\,m$; $\alpha = 25°$
$A_{klein} = \pi \cdot 5^2 \cdot \frac{25°}{360°} = 5{,}45$
Flächeninhalt der größten Fläche, die bewässert werden kann:
Kreis mit $r = 12{,}5\,m$
$A_{groß} = \pi \cdot 12{,}5^2 = 490{,}9$
Die kleinste Fläche, die bewässert werden kann, ist 5,5 m² groß, die größte Fläche 490,9 m² groß.
Die maximale Flächenangabe stimmt also, die minimale Flächenangabe ist falsch.
Hinweis: Die minimale Flächenangabe entspricht in etwa dem Flächeninhalt eines vollen Kreises mit Radius $r = 5\,m$.

Seite 147

17 a) 1) Die rote Linie besteht aus vier Halbkreisen mit Radius $r = a = 3{,}0\,cm$; was dem Umfang von zwei vollen Kreisen entspricht.
$u = 2 \cdot 2\pi r$
$u = 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 3{,}0$
$u = 37{,}7\,cm$
2) Der größere Viertelkreis hat den Radius $r_1 = 2a = 6{,}0\,cm$; der kleinere Viertelkreis hat den Radius $r_2 = a = 3{,}0\,cm$.
$u = u_{Viertelkreis1} + u_{Viertelkreis2} + 2a$
$u = \frac{1}{4} \cdot 2\pi r_1 + \frac{1}{4} \cdot 2\pi r_2 + 2a$
$u = \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 6 + \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 3 + 2 \cdot 3$
$u = 20{,}1\,cm$
3) Die rote Linie besteht aus den Umfängen von zwei Dreiviertelkreisen und von zwei Viertelkreisen. Die Radien von allen Teilkreisen sind gleich groß ($r = a = 3{,}0\,cm$). Vereinfacht sind das zwei volle Kreisumfänge.
$u = 2 \cdot 2\pi r$
$u = 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 3$
$u = 37{,}7\,cm$
4) Die rote Linie besteht aus den Umfängen von zwei gleich großen Halbkreisen, was einem vollen Kreis entspricht (mit $r_1 = a = 3\,cm$), einem größeren Halbkreis (mit $r_2 = 1{,}5a = 4{,}5\,cm$) und einer Strecke der Länge $3a$.
$u = 2\pi r_1 + \frac{1}{2} \cdot 2\pi r_2 + 3a$
$u = 2 \cdot \pi \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 4{,}5 + 3 \cdot 3$
$u = 42{,}0\,cm$
b) Man verwendet die Formeln aus Teilaufgabe a) und vereinfacht sie.
1) $u = 2 \cdot 2\pi r$
Es ist $r = a$; daher erhält man:
$u = 2 \cdot 2\pi a$
$u = 4\pi a$
2) $u = \frac{1}{4} \cdot 2\pi r_1 + \frac{1}{4} \cdot 2\pi r_2 + 2a$
Es ist $r_1 = 2a$ und $r_2 = a$; daher erhält man:
$u = \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot (2a) + \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot a + 2a$
$u = \frac{1}{4} \cdot 4\pi a + \frac{1}{4} \cdot 2\pi a + 2a$
$u = \pi a + \frac{1}{2}\pi a + 2a$
$u = \frac{3}{2}\pi a + 2a$
3) $u = 2 \cdot 2\pi r$ (mit $r = a$)
$u = 2 \cdot 2\pi a$
$u = 4\pi a$

4) $u = 2\pi r_1 + \frac{1}{2} \cdot 2\pi r_2 + 3a$

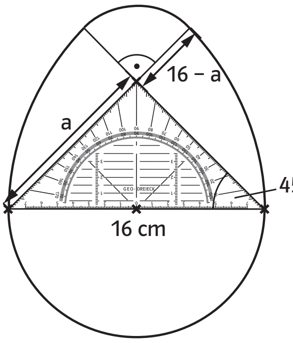
Es ist $r_1 = a$ und $r_2 = 1{,}5a$; daher erhält man:

$u = 2\pi a + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 1{,}5a + 3a$

$u = 2\pi a + 1{,}5\pi a + 3a$

$u = 3{,}5\pi a + 3a$

18 a) und b)



- Umfang bestimmen

  Der Umfang der Figur kann in folgende Teillinien zerlegt werden: den Umfang eines Halbkreises (unten), zweimal den Umfang eines Kreisausschnitts (mit $\alpha = 45°$) und den Umfang eines Viertelkreises (oben).

  $u = \frac{1}{2}u_{groß} + 2 \cdot b + \frac{1}{4}u_{klein}$

  $u = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r_1 + 2 \cdot 2\pi r_2 \cdot \frac{45°}{360°} + \frac{1}{4} \cdot 2\pi r_3$ (1)

  Bestimmen der Radien:

  großer Halbkreis: $r_1 = 8\,\text{cm}$

  Kreisausschnitte: $r_2 = 16\,\text{cm}$

  kleiner Viertelkreis: $r_3 = 16 - a$

  Für die Kathete a des Geodreiecks gilt:

  $2a^2 = 16^2$

  $2a^2 = 256 \quad |:2$

  $a^2 = 128 \quad |\sqrt{\;}$

  $a = 11{,}31$

  Also ist $r_3 = 16\,\text{cm} - 11{,}31\,\text{cm} = 4{,}69\,\text{cm}$

  Einsetzen in (1) ergibt:

  $u = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 8 + 2 \cdot 2\pi \cdot 16 \cdot \frac{45°}{360°} + \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 4{,}69$

  $u = 57{,}6\,\text{cm}$

- Flächeninhalt bestimmen

  $A = \frac{1}{2}A_{groß} + 2 \cdot A_S - A_{Geodreieck} + \frac{1}{4}A_{klein}$

  Hinweis: Addiert man die Flächeninhalte von beiden 45°-Sektoren, dann hat man die gemeinsame Fläche (das Geodreieck) doppelt berechnet; daher muss man den Flächeninhalt des Geodreiecks wieder abziehen.

  $A = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 8^2 + 2 \cdot \pi \cdot 16^2 \cdot \frac{45°}{360°} - \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 8$
  $+ \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 4{,}69^2$

  $A = 100{,}53 + 201{,}06 - 64 + 17{,}28$

  $A = 254{,}9\,\text{cm}^2$

19 Die Flächeninhalte gibt man in Abhängigkeit von r an.

Quadrat: $A_{Quadrat} = (2r)^2 = 4r^2$

Kreis: $A_{Kreis} = \pi r^2$

Dreieck: $A_{Dreieck} = \frac{1}{2} \cdot 2r \cdot 2r = 2r^2$

Vergleich der Flächeninhalte der Figuren:

$\frac{A_{Dreieck}}{A_{Quadrat}} = \frac{2r^2}{4r^2} = 0{,}5$

$\frac{A_{Kreis}}{A_{Quadrat}} = \frac{\pi r^2}{4r^2} = \frac{\pi}{4} \approx 0{,}8$

$\frac{A_{Kreis}}{A_{Dreieck}} = \frac{\pi r^2}{2r^2} = \frac{\pi}{2} \approx 1{,}6$

Der Flächeninhalt des Dreiecks ist halb so groß wie der Flächeninhalt des Quadrats. Der Flächeninhalt des Kreises liegt dazwischen: Er beträgt etwa 80 % des Flächeninhalts des Quadrats und etwa 160 % des Flächeninhalts des Dreiecks.

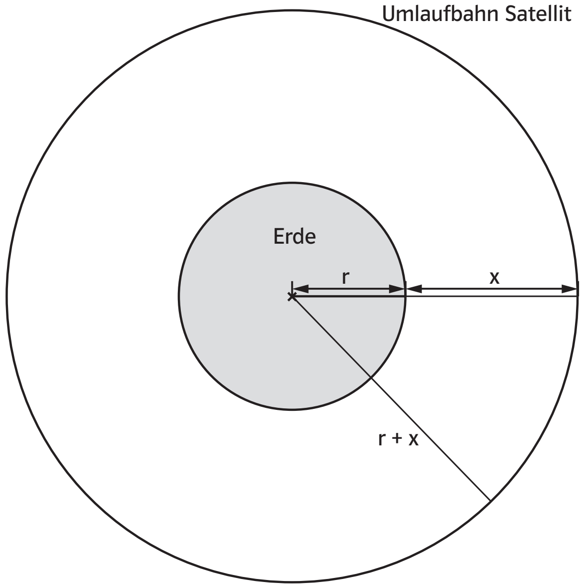
20 a) 12 Stunden = $12 \cdot 60 \cdot 60\,\text{s} = 43\,200\,\text{s}$

Länge u der Umlaufbahn:

$u = 43\,200 \cdot 3{,}9 = 168\,480$

Die Umlaufbahn ist 168 480 km lang.

b)



Gesucht ist die Länge x.

Radius der Erde: $r = 6360\,\text{km}$

Für den Umfang der Umlaufbahn gilt:

$u = 2\pi(r + x)$

$168\,480 = 2\pi(6360 + x) \quad |:2 \;|:\pi$

$26\,814{,}4 = 6360 + x \quad |-6360$

$x = 20\,454{,}4$

Der mittlere Abstand des Satelliten von der Erdoberfläche beträgt etwa 20 450 km.

21 Mögliche Lösung:
Größe des Arbeiters auf dem Bild: 1,80 cm
Größe der Iris: ca. 3,0 cm
Größe der Pupille: 0,8 cm
Wenn der Arbeiter 1,80 m groß ist, dann ist der Maßstab 1 : 100. Damit erhält man:
Durchmesser Iris: $d_{Iris} = 3{,}0\,m$
Durchmesser Pupille: $d_{Pupille} = 0{,}8\,m$
Berechnen der Flächeninhalte:

$A_{Iris} = \pi \cdot r_{Iris}{}^2$	$A_{Pupille} = \pi \cdot r_{Pupille}{}^2$
$A_{Iris} = \pi \cdot 1{,}5^2$	$A_{Pupille} = \pi \cdot 0{,}4^2$
$A_{Iris} = 7{,}07$	$A_{Pupille} = 0{,}50$

Anteil der Pupille an der Iris:
$\frac{A_{Pupille}}{A_{Iris}} = \frac{0{,}50}{7{,}07} \approx 0{,}7$
Der Anteil der Iris an der Pupille beträgt unter 10 %.
Hinweis: Der Teil der Iris oberhalb der Pupille ist nicht sichtbar. Da aber keine Verzerrungen in der Senkrechten zu erwarten sind, rechnet man oberhalb der Pupille mit einer ähnlichen Länge wie unterhalb. Das Ergebnis von 7 % ist allerdings nur ein Richtwert, daher wird es auf etwa 10 % gerundet.

22 a) Den Flächeninhalt der beiden Möndchen kann man wie folgt berechnen:
Man addiert die Flächeninhalte der beiden kleineren Halbkreise (mit den Durchmessern a und b) und den Flächeninhalt des Dreiecks und subtrahiert den Flächeninhalt des größeren Halbkreises mit Durchmesser c.
$A_{Möndchen} = \frac{1}{2}A_{Kreis1} + \frac{1}{2}A_{Kreis2} + A_{Dreieck} - \frac{1}{2}A_{Kreis3}$
Für die Radien der Kreise gilt:
1. Kreis: $r = \frac{a}{2}$; 2. Kreis: $r = \frac{b}{2}$; 3. Kreis: $r = \frac{c}{2}$
Man erhält also:
$A_{Möndchen} = \frac{1}{2}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\pi\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}\pi\left(\frac{c}{2}\right)^2$
$A_{Möndchen} = \frac{1}{2}\pi\frac{a^2}{4} + \frac{1}{2}\pi\frac{b^2}{4} + \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}\pi\frac{c^2}{4}$
$A_{Möndchen} = \frac{1}{8}\pi a^2 + \frac{1}{8}\pi b^2 + \frac{1}{2}ab - \frac{1}{8}\pi c^2$
$A_{Möndchen} = \frac{1}{8}\pi(a^2 + b^2 - c^2) + \frac{1}{2}ab$
Das Dreieck ist rechtwinklig, daher gilt nach dem Satz des Pythagoras:
$a^2 + b^2 = c^2 \quad | -c^2$
$a^2 + b^2 - c^2 = 0$
Durch Einsetzen in die Formel für den Flächeninhalt der Möndchen erhält man:
$A_{Möndchen} = \frac{1}{2}ab$
$A_{Möndchen} = A_{Dreieck}$
Der Flächeninhalt der beiden Möndchen ist genauso groß wie der Flächeninhalt des Dreiecks.