Seite 79 Beispiel 3

Hinweise:
Man bestimmt für die Ableitungsfunktion f' das Intervall oder die Intervalle mit f'(x) > 0.
Dies kann algebraisch erfolgen, indem die Gleichung f'(x) gelöst wird (Fig. 5).

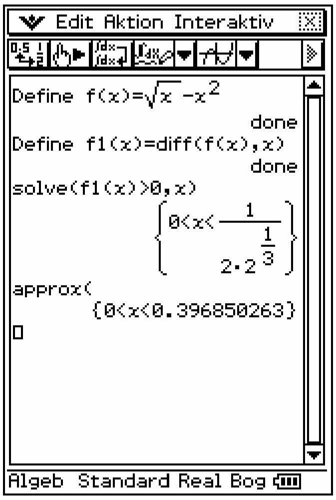


Fig. 5

Man kann aber auch den Graphen der Ableitungsfunktion f' (fett in Fig. 6) zeichnen und das oder die Intervalle suchen, in denen ihr Graph oberhalb der x-Achse verläuft.
Damit ist f' in [0; 0,3968] streng monoton steigend.

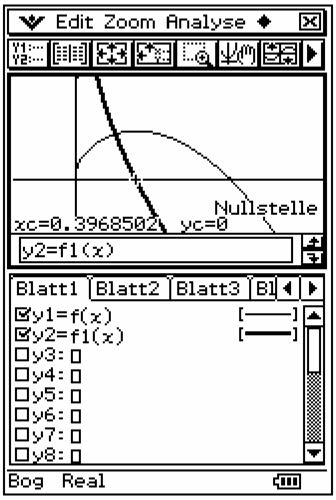


Fig. 6

Seite 84 Beispiel 1

Hinweise:
Es ist $f'(x) = x^4 - 5x^3 + 4x^2$. Damit ist die Gleichung $f'(x) = 0$ zu lösen.
Aus $x^4 - 5x^3 + 4x^2 = x^2 \cdot \left(x^2 - 5x + 4\right) = 0$ erhält man $x_0 = 0$, $x_1 = 1$ und $x_2 = 4$.
Dies sind die einzigen Stellen an denen lokale Extremwerte auftreten können.
Der mit dem CAS erzeugte Graph zeigt bei $x_1 = 1$ ein Maximum an (Fig.3).

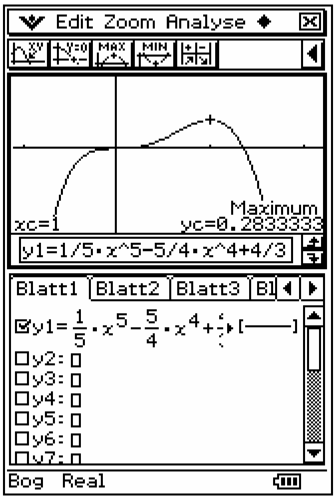
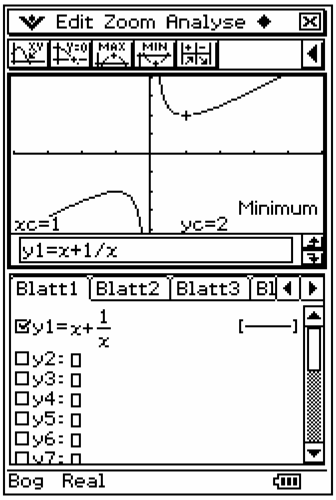
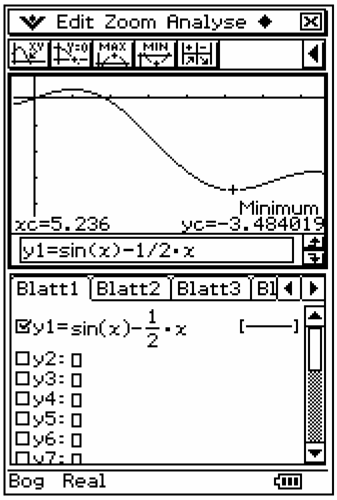


Fig. 3

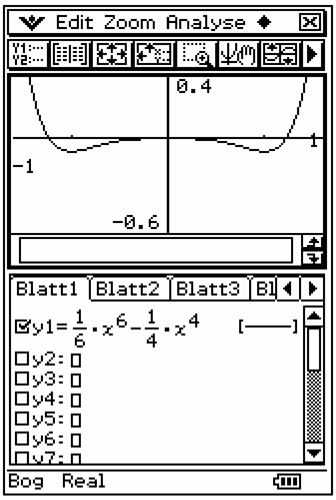
Seite 85 Beispiel 2



Seite 85 Beispiel 3



Seite 85 Beispiel 4



Seite 85 Beispiel 5

Hinweise:
Das exakte Lösen wie beim Rechnen zeigt Fig. 1.

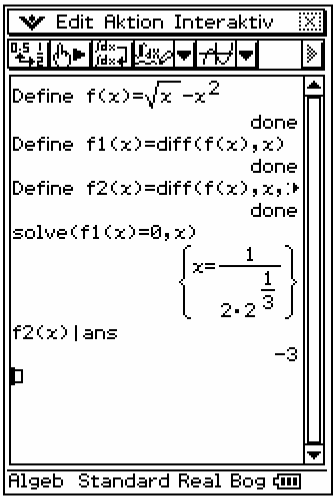


Fig.1

Die näherungsweise graphische Lösung zeigt Fig. 2.

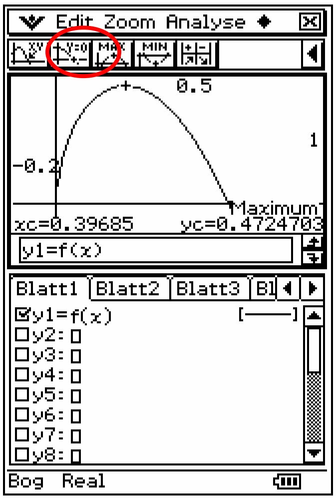


Fig. 2

Seite 88 Beispiel 2

Hinweise:
Graph von f und Graph der Ableitungsfunktion f' (Fig.2):
An der Stelle x = 0 liegt kein Wendepunkt vor.

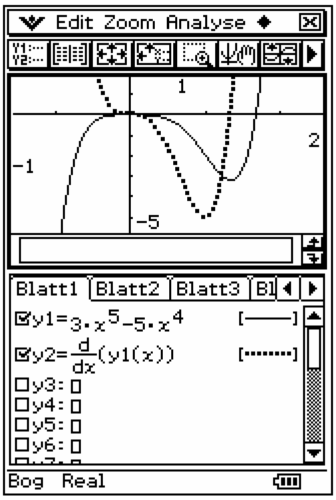


Fig. 2

Seite 88 Beispiel 3

Hinweise:
Man kann die gesamte Rechnung mit dem CAS durchführen: Exaktes Ergebnis W(1 | -1) (Fig. 3).

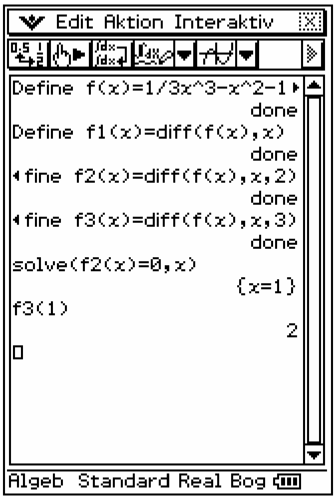


Fig. 3

Die Lösung am Graphen erhält man mithilfe von
$\boxed{\text{Analyse / Grafische Lösung / Wendepunkt}}$ (Fig. 4).

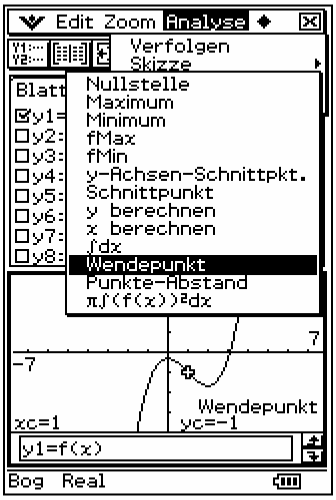
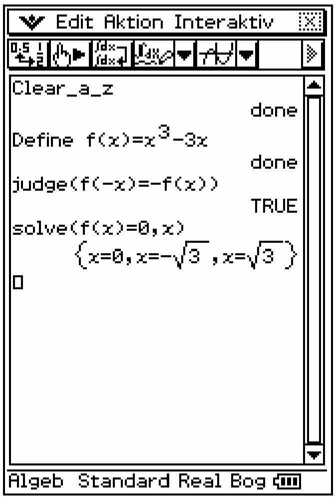


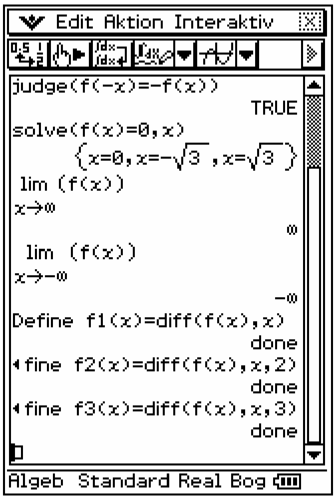
Fig. 4

Seite 90 Beispiel 1

1. Symmetrie

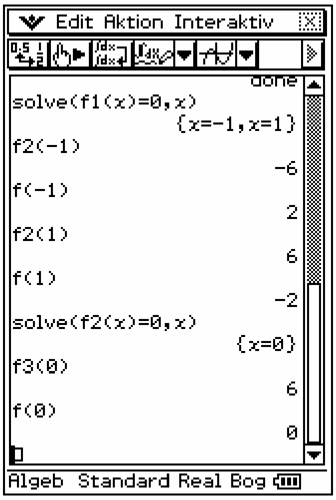
2. Schnittpunkte mit den Achsen





3. Verhalten für |x| → ∞

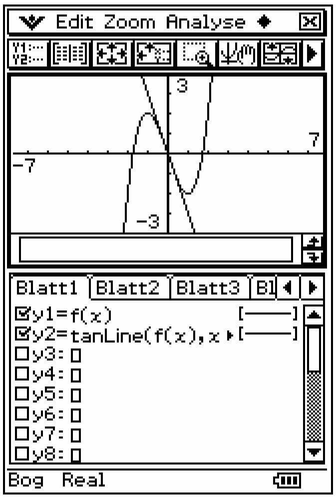
4. Ableitungen



5. Extrempunkte

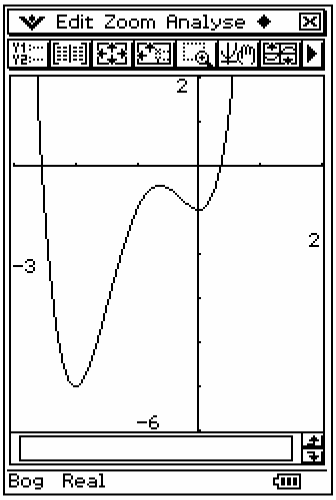
6. Wendepunkte

7. Graph mit Wendetangente



Seite 91 Beispiel 2

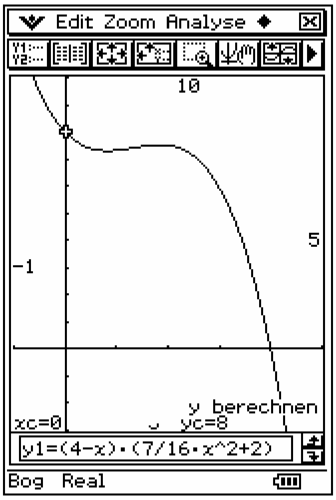
Hinweise:



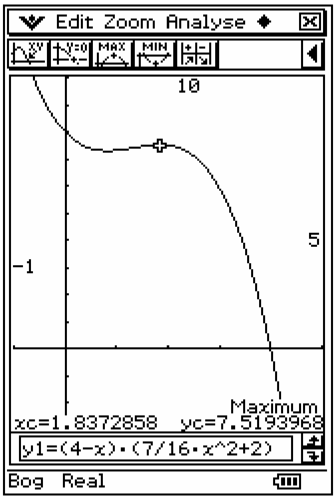
Man gibt mit die Funktion ein und bestimmt nach einem Blick auf die Wertetabelle mit einen geeigneten Wertebereich.
Fig.1 zeigt den Graphen der Funktion im Bereich:
$x \in [-3; 2]$, $y \in [-6; 2]$.
Mit Analyse / Grafische Lösung können nun alle Punkte näherungsweise bestimmt werden.

Seite 96 Beispiel 2

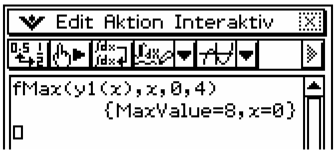
Mit dem CAS erstellt man den Graphen der Zielfunktion
$A(u) = (4-u)\left(\frac{7}{16}u^2 + 2\right)$ …



… und untersucht ihn auf Extremwerte.
Man erkennt, dass an der Stelle $u \approx 1{,}837$ ein lokales Maximum ist, das absolute Maximum aber für $u = 0$ angenommen wird.



Eine Alternative bietet im Hauptbildschirm der Befehl fMax, der für den angegebenen Bereich das absolute Maximum bestimmt.

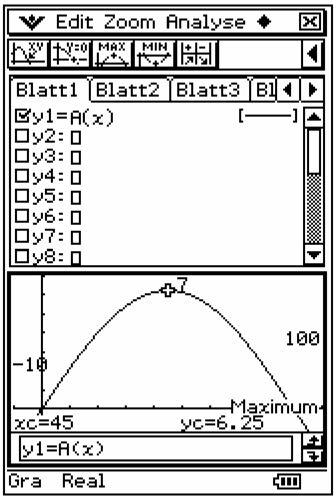


Seite 96 Beispiel 3

Falls man als Variable den Winkel α wählt:

$A(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)$ mit $\alpha \in [0; 90°]$

Für die Zielfunktion $\alpha \to A(\alpha)$ ist bisher keine Ableitungsregel behandelt worden.
Mit dem CAS ist die Aufgabe lösbar.
Man stellt den ClassPad links unten auf Grad um, indem man auf die solange auf die Winkelbezeichnung tippt, bis „Gra“ erscheint.
Dann gibt man den Funktionsterm mit ein.
Mit kann man die Fenstereinstellungen wählen:
x = -10 … 100, y = -1 … 7.
Als absolutes Maximum erhält man α = 45°.



Seite 101 Beispiel 4

Mit gelangt man in den Statistik-Editor und gibt in list1 die x-Werte, in list2 die zugehörigen y-Werte ein (Fig. 1).

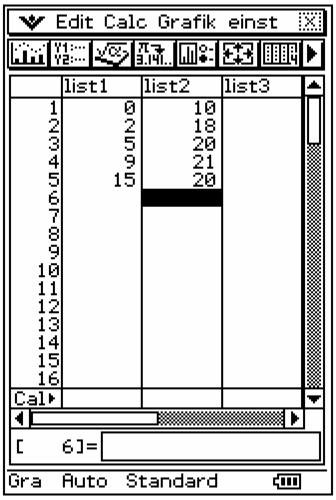


Fig. 1

Über Calc / Quart.Regression (Fig. 2a) kommt man in ein Eingabefenster, in dem der Name list1 für die Liste der x-Werte, der Name list2 für die Liste der y-Werte eingegeben werden können (Fig. 2b).

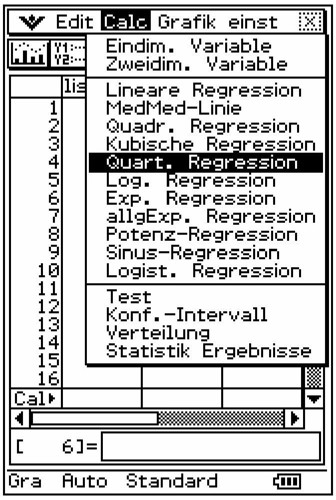


Fig. 2a

Die Regressionsgleichung soll nach y1 kopiert werden.

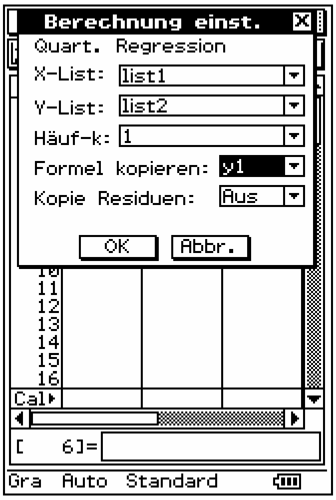


Fig. 2b

Tippt man jetzt auf OK erhält man ein Bild des Graphen durch die vorgegebenen Punkte (Fig. 4).

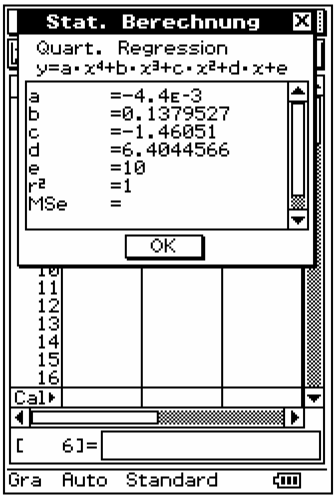


Fig. 3

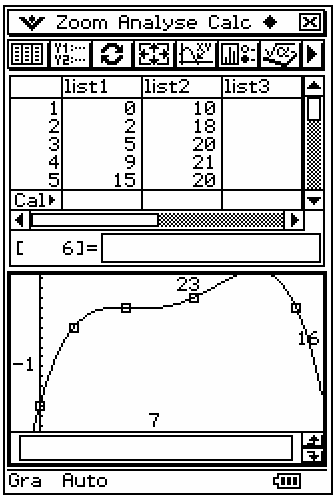


Fig. 4

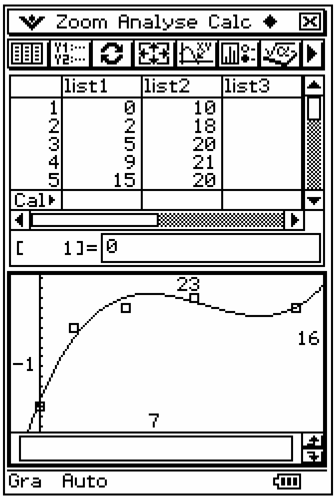


Fig. 5

Eine Anpassung mit einer Funktion 3. Grades (Kubische Regression) zeigt Fig. 6.

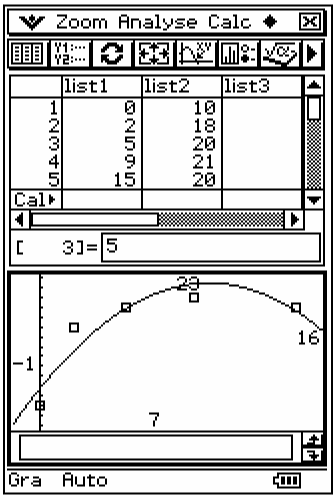


Fig. 6

Eine Anpassung mit einer Funktion 2. Grades (Quadratische Regression) zeigt Fig. 6.

Eine Anpassung mit einer linearen Funktion (Lineare Regression) zeigt Fig. 7.

Bei den letzten Funktionsanpassungen liegen allerdings nicht mehr alle gegebenen Punkte auf dem Graphen.

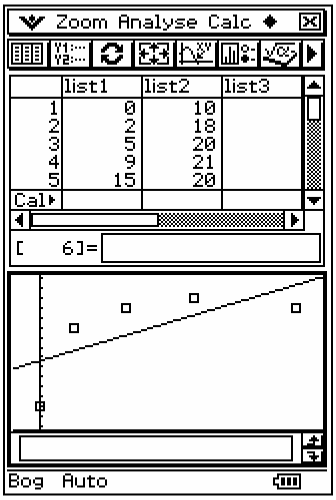


Fig. 7

Seite 103/104 Beispiel 1

Lösen des Gleichungssystems mit dem CAS:
Im Hauptbildschirm erzeugt man mit dem 2D-Keyboard die geschweifte Klammer für Gleichungssysteme.
Tippt man mehrmals auf das Icon, so kann man eine Maske für ein Gleichungssystem mit 4 Gleichungen erzeugen.
Die Gleichungen werden eingegeben und hinter dem senkrechten Strich die Variablen eingegeben, nach denen das Gleichungssystem aufgelöst werden soll.
Die Bestätigung mit $\boxed{\text{EXE}}$ liefert dann die Lösungen.

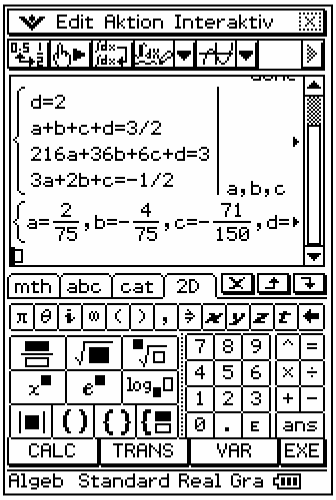


Fig. 3

Bestätigung der gefundenen Lösung indem man die erhaltene Kurve mit dem CAS zeichnet (Fig.1).
Die (numerisch bestimmte) Tangentensteigung an der Stelle x=1 lässt sich im linken unteren Teil des Schaubildes ablesen. Sie beträgt gerundet wie gefordert -0,5.

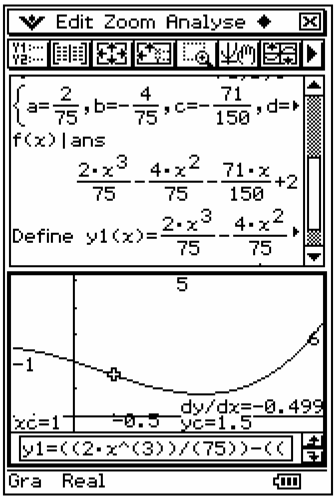


Fig. 1

Bequemer lässt sich der Funktionsterm mit folgender Methode auffinden (Fig. 1b):

Man definiert die Funktion f und ihre Ableitungsfunktion.

Jetzt kann man direkt in die Maske für Gleichungssysteme die gefundenen Gleichungen eingeben, muss also nicht mehr manuell f(0), f(1) etc. bestimmen.

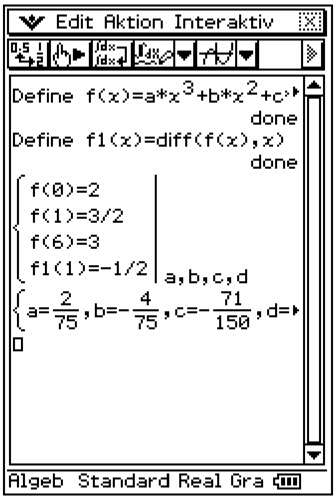


Fig. 1b

Seite 104 Beispiel 2

1. Lösungsmöglichkeit:
Man definiert die Funktion f(t) als ganzrationale Funktion 3. Grades.
In die Maske für Gleichungssysteme lassen sich dann die Gleichungen in der Form f(x-Wert) = y-Wert eingeben.

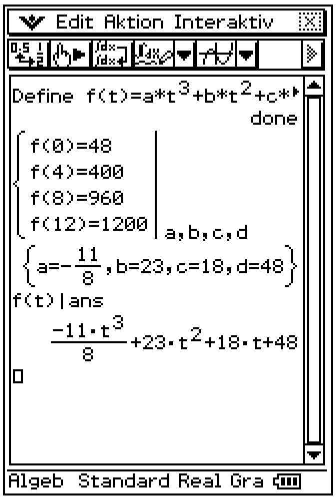


Fig. 1

2. Lösungsmöglichkeit (sequence-Befehl)
Dabei werden die Liste der x-Werte und die Liste der zugehörigen y-Werte eingegeben. Der sequence-Befehl erzeugt dann ein Polynom mit möglichst kleinem Grad, dessen Graph durch die entsprechenden Punkte geht.

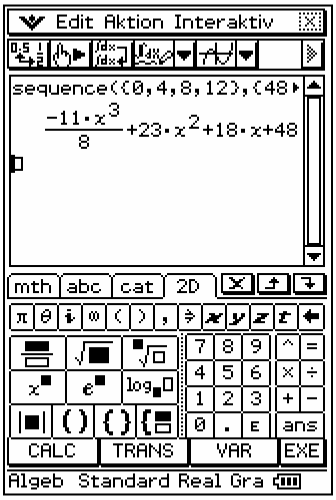


Fig. 2

3. Lösungsmöglichkeit (Regression)
Man gibt die Wertepaare in die Listen list1 und list2 (Fig. 3) ein und führt im Statistik-Editor eine kubische Regression durch (Fig. 4 und 5).
Hat man die Formel nach y1 kopiert (Fig. 3), so findet man den Funktionsterm mit (Fig. 6).

Fig. 3

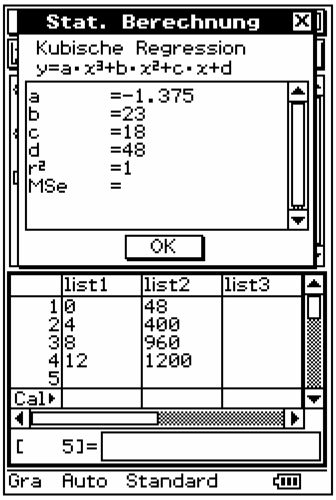


Fig. 4

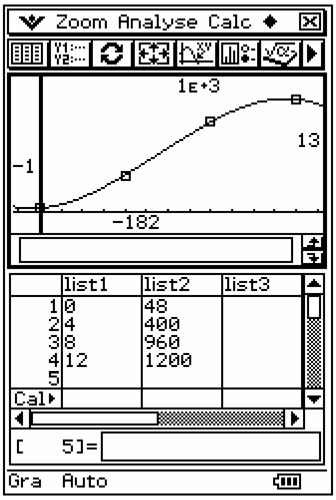


Fig. 5

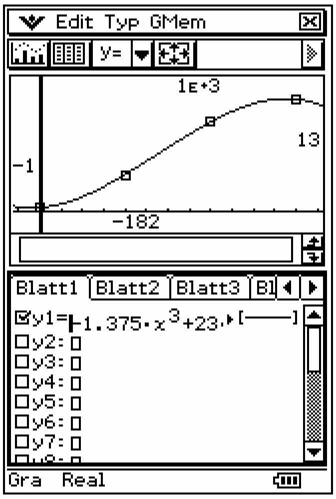


Fig. 6

Seite 109 Beispiel

Fig. 1 und Fig. 2 zeigen die Graphen und wie sie erzeugt wurden.

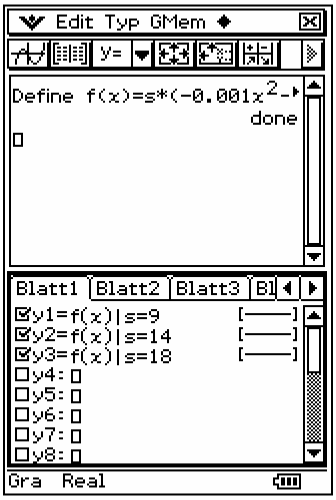


Fig. 1

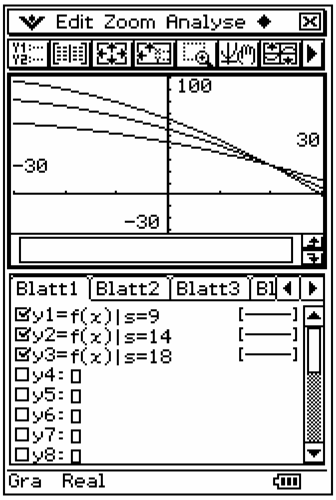


Fig. 2