



Seite 254 Beispiel

Mit dem CAS kann man Gleichungssysteme auf zwei Arten lösen.

(1) Man gibt mithilfe des 2D-Keyboards das Gleichungssystem als Matrix unter dem Namen A ein (Fig. 1/2).

Zur Erzeugung der passenden Maske ist in diesem Fall zunächst zwei Mal auf die Taste  zu drücken. Dadurch wird eine 3x3-Matrix erzeugt. Mit der Taste  erzeugt man die fehlende Spalte für die 3x4-Matrix.

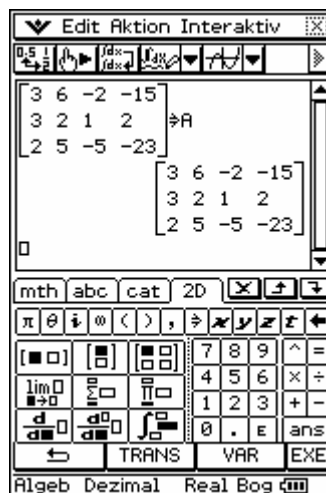


Fig. 1/2

Mit dem Befehl `rref()` wird die Matrix auf die Diagonalenform gebracht. Aus ihr liest man die Lösung (1; -2; 3) ab (Fig. 3).

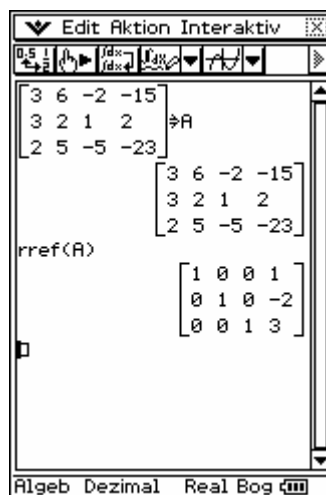


Fig. 3

(2) Im Hauptbildschirm erzeugt man mit dem 2D-Keyboard eine Maske für ein Gleichungssystem mit drei Gleichungen, gibt die Gleichungen untereinander ein und schreibt die Lösungsvariablen hinter den senkrechten Strich, der das Gleichungssystem abschließt (Fig. 4).

Mit `[EXE]` wird die Lösung ausgegeben.

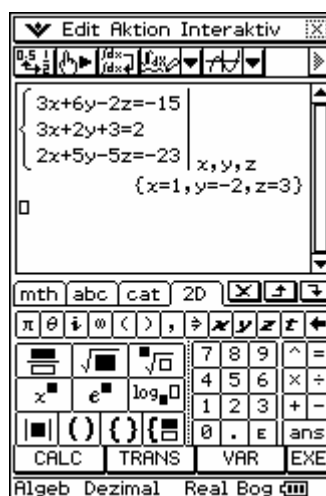


Fig. 4

(1) Gleichungssysteme mit **genau einer** Lösung

The screenshot shows the ClassPad interface with the title "Edit Aktion Interaktiv". The input area contains the augmented matrix $\text{rref}(\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 9 \\ -2 & -1 & 5 & 5 \\ 1 & -1 & 3 & 4 \end{bmatrix})$. The output area displays the row echelon form $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$. Below this, the system of equations is shown: $\begin{cases} x+2y+z=9 \\ -2x-y+5z=5 \\ x-y+3z=4 \end{cases}$ with variables x, y, z and the solution set $\{x=1, y=3, z=2\}$. The bottom status bar shows "Algeb Dezimal Real Bog".

(2) Gleichungssysteme mit **keiner** Lösung

Der ClassPad fordert bei Verwendung der Maske für Gleichungssysteme genau so viel Lösungsvariablen wie Gleichungen vorhanden sind. Daher wird eine beliebige dritte Variable – hier: dummy – zusätzlich eingegeben.

The screenshot shows the ClassPad interface with the title "Edit Aktion Interaktiv". The input area contains the augmented matrix $\text{rref}(\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix})$. The output area displays the row echelon form $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Below this, the system of equations is shown: $\begin{cases} x+3y=2 \\ 2x-y=1 \\ 5x+y=3 \end{cases}$ with variables x, y, dummy and the result "No Solution". The bottom status bar shows "Algeb Dezimal Real Bog".

(3) Gleichungssysteme mit **unendlich vielen** Lösungen
 x und y werden in Abhängigkeit von der dritten Variablen z angegeben; d. h. für z kann jede Zahl gewählt werden. Diese Wahl legt dann die Werte für x und y eindeutig fest.

Die Lösung lässt sich als Lösungsmenge angeben:

$$L = \{ (5z - 7; 3z - 5; z) \mid z \in \mathbb{R} \}.$$

The screenshot shows the ClassPad interface with the title "Edit Aktion Interaktiv". The input area contains the augmented matrix $\text{rref}(\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 2 & -3 & -1 & 1 \end{bmatrix})$. The output area displays the row echelon form $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 & -7 \\ 0 & 1 & -3 & -5 \end{bmatrix}$. Below this, the system of equations is shown: $\begin{cases} x-2y+z=3 \\ 2x-3y-z=1 \end{cases}$ with variables x, y and the solution set $\{x=5 \cdot z - 7, y=3 \cdot z - 5\}$. The bottom status bar shows "Algeb Dezimal Real Bog".

Seite 256 Beispiel 2

Lösung:

Man reduziert die entsprechende Matrix mit dem rref(- Befehl oder arbeitet mit der Maske für Gleichungssysteme (Fig. 1).

Die Diagonalenform bedeutet

$$x_1 + \frac{1}{2}x_3 = \frac{1}{2} \text{ und } x_2 - \frac{1}{2}x_3 = \frac{1}{2}.$$

Setzt man $x_3 = t$, erhält man als Lösung

$$L = \left\{ \left(-\frac{1}{2}t + \frac{1}{2}; \frac{1}{2}t + \frac{1}{2}; t \right) \mid t \in \mathbb{R} \right\}$$

Falls man mit der Maske für Gleichungssysteme arbeitet, kann man x_1, x_2, x_3 nicht als Lösungsvariablen benutzen, weil sie als Systemvariablen verriegelt sind.

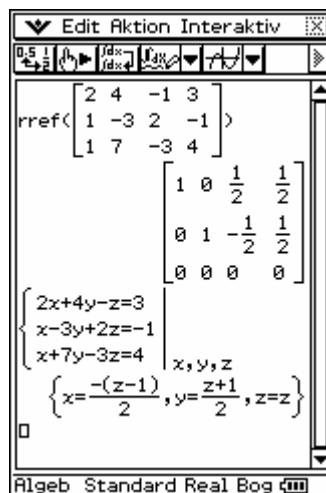


Fig. 1

Seite 265 Beispiel 1

Vektoren werden mithilfe des 2D-Keyboards als Spaltenvektoren eingegeben.

(Tippt man zwei Mal auf  wird ein Spaltenvektor für den \mathbb{R}^3 erzeugt.)

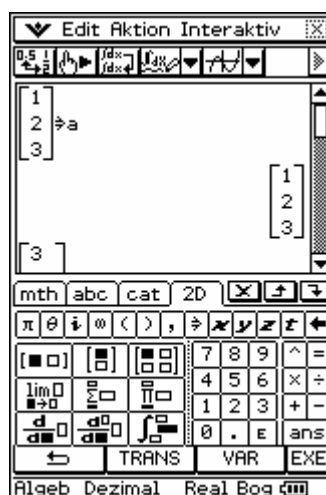


Fig. 4a

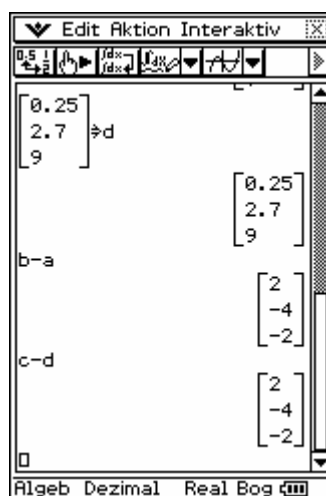


Fig. 4b

Seite 265 Beispiel 2

a) Die Länge der Strecke PQ beträgt 17 Koordinateneinheiten.

b) $M(1,5 \mid -2 \mid 7)$ ist Mittelpunkt von PQ.

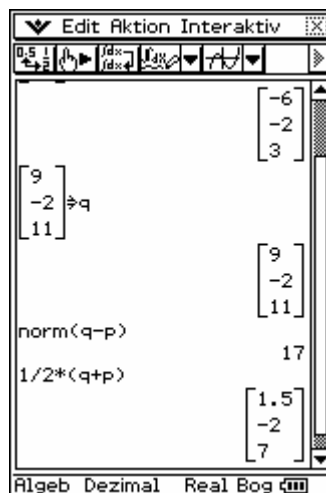


Fig. 6

Seite 266 Beispiel 3

Mit dem ClassPad lassen sich keine Vektorgleichungen lösen. Durch einen Trick lassen sich aber die drei entsprechenden Gleichungen leicht in der Maske für Gleichungssysteme erzeugen.

Zunächst erzeugt man die Linearkombination und speichert sie z.B. in der Variablen linKo. (Der ClassPad unterscheidet zwischen Groß- und Kleinschreibung!)

Der darzustellende Vektor wird in der Variablen a abgelegt.

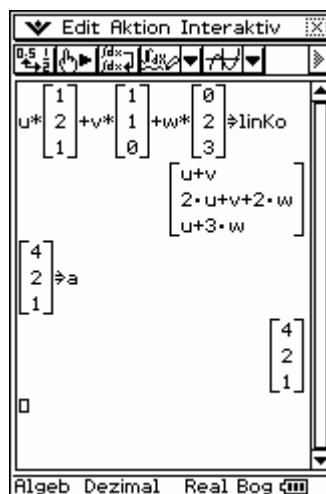


Fig. 1a

Die Vektorgleichung $\text{linKo} = a$ wird zur Null-Gleichung umgeformt, der Term $\text{linKo} - a$ stellt die linke Seite dieser Vektorgleichung dar.

Mit dem 2D-KeyBoard wird die Maske für ein Gleichungssystem mit 3 Gleichungen erzeugt und der Vektor $\text{linKo} - a$ per Drag & Drop in die Maske gezogen.

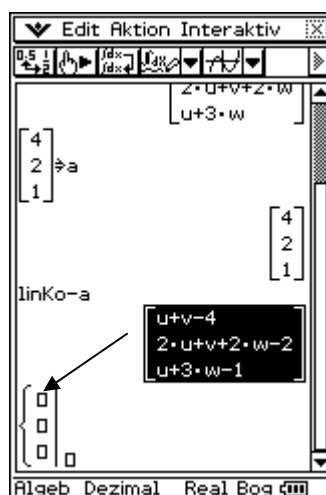


Fig. 1b

X Vektoren und Punkte im Raum

Der ClassPad ergänzt intern die drei Terme zu Nullgleichungen, die dann wie üblich mithilfe der Maske gelöst werden (Fig. 1c).

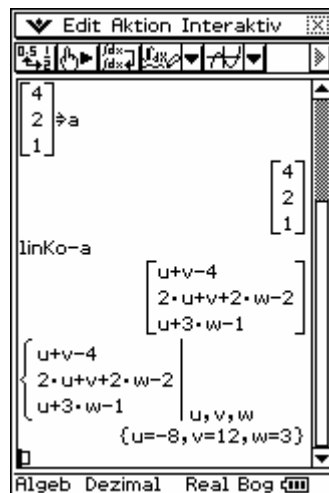


Fig. 1c

Seite 269 Beispiel

Die Vektorgleichung wird wie bei Beispiel 3 auf Seite 266 beschrieben als linke Seite einer Nullgleichung in die Maske für Gleichungssysteme eingegeben.

Fig. 2 zeigt, dass es unendlich viele Lösungen gibt. Für $t = 1$ ist $(-3; -4; 1)$ eine Lösung, damit sind die Vektoren linear abhängig.

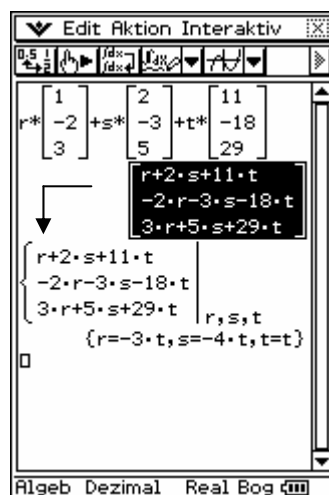


Fig. 2

Seite 278 Beispiel 2

Gerade und Punktprobe mit dem CAS

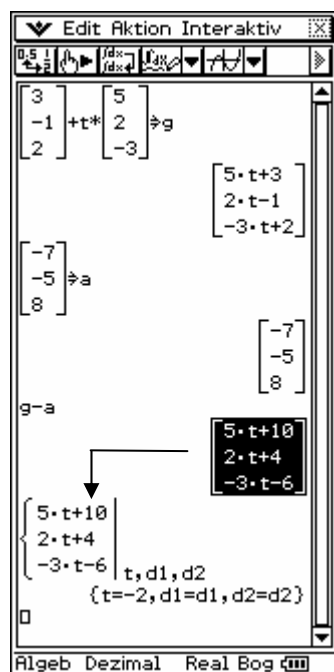
Der Term für die Gerade g wird in der Variablen g gespeichert, der Ortsvektor von A wird in der Variablen a abgelegt.

Gesucht wird eine Zahl t , so dass $g = a$, d.h. dass $g - a$ den Nullvektor ergibt.

$g - a$ wird per Drag & Drop in die vorbereitete Maske für das Gleichungssystem gebracht.

Die Variablen $d1$ und $d2$ sind Dummy-Variablen und sorgen nur dafür, dass in der Maske drei Lösungsvariablen für die drei Gleichungen stehen.

Für $t = -2$ liefert g den Ortsvektor des Punktes A , A liegt also auf der Geraden.



Seite 281 Beispiel 1

a)

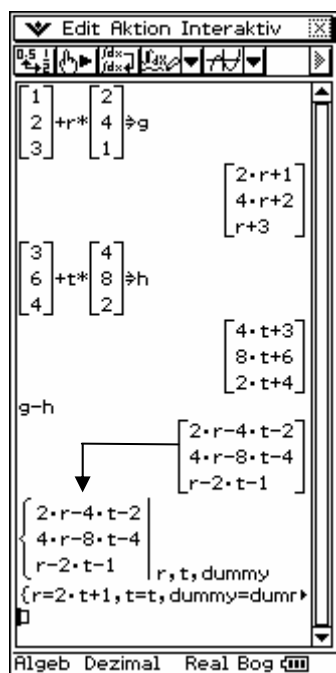


Fig. 1

b)

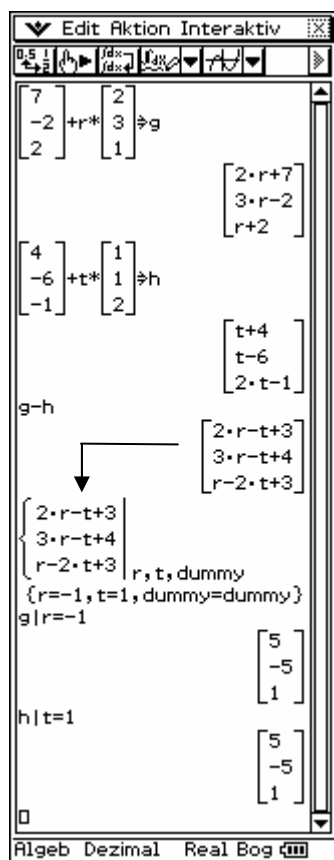


Fig. 2 / 3

c)

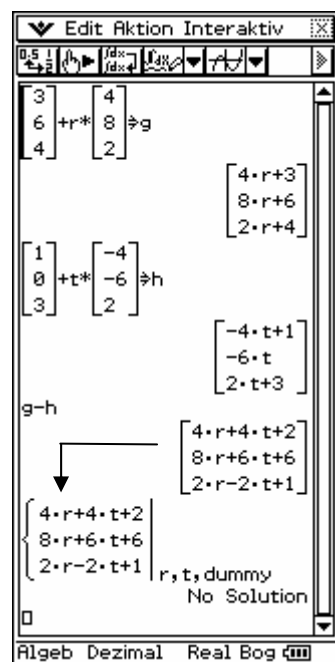


Fig. 4