

Seite 343 Beispiel 1

Definition der Abbildung

a) Berechnung der Koordinaten
des Bildpunktes A' (3|43).

b) Berechnung des Bildpunktes P' mit den Koordinaten

$$p_1 = -7t$$

$$p_2 = 11 - 5t,$$

und somit

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -7 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

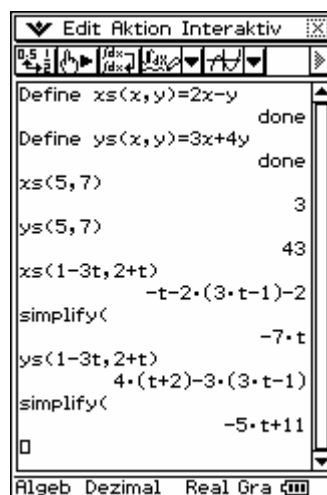


Fig. 1

Seite 343 Beispiel 2

Definition der Abbildung

a) Bestimmung der Fixpunkte

b) Bestimmung der Bildgeraden einer zur x-Achse
parallelen Geraden.

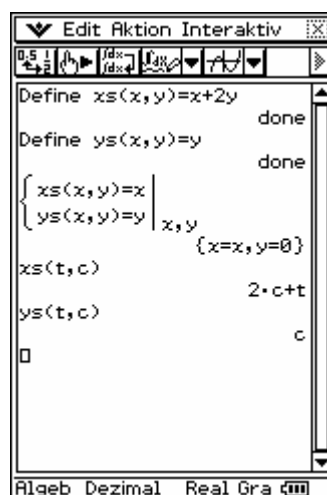




Fig. 2

Seite 349 Beispiel 1

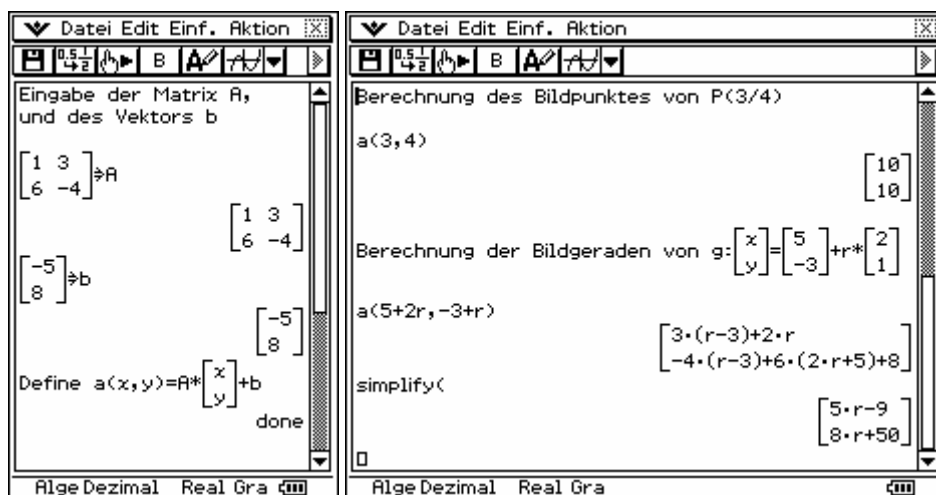
mithilfe einer eActivity:

Eine eActivity eröffnet man über das Menü. Mit **Datei / Neu** wird eine neue eActivity angelegt.

In einer eActivity ist es möglich, Berechnungen und erläuternde Texte gleichzeitig darzustellen.

Mit dem Icon  kommt man in den Text-Modus, in dem Erläuterungen eingegeben werden können. Tippt man dann auf das Icon , so ändert sich das Icon und man ist im Berechnungs-Modus, in dem Berechnungen wie im Hauptbildschirm (Main) durchgeführt werden können.

Eine eActivity ist somit waagrecht in Bereiche unterteilt, in denen zum einen die gleichen Aktionen wie im Hauptbildschirm durchgeführt werden können (Berechnungsbereiche), zum anderen Bereiche, in denen kommentierende Texte eingegeben werden können.



Seite 353 Beispiel

Die Steigung der Spiegelachse ist 2, daher gilt $\tan(\varphi) = 2$.

Mit der Funktion \tan^{-1} wird daraus φ berechnet und damit kann die Abbildungsmatrix aufgestellt werden (Fig. 1).

Eine Näherung erhält man auch ohne den tExpand-Befehl mit approx(...).

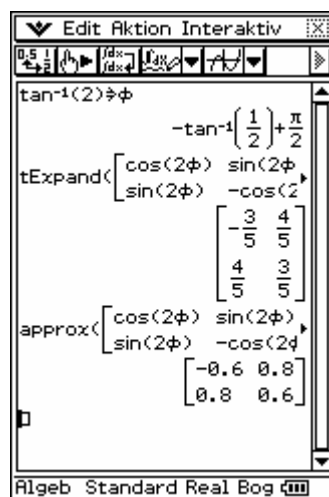


Fig. 1

Seite 355 Beispiel

Drehung um 30° um den Ursprung

Scherung mit x-Achse als Scherungsachse und dem Scherwinkel 45°

zuerst die Drehung, dann die Scherung:

zuerst die Scherung, dann die Drehung

Die Verkettung von Abbildungen bzw. die Multiplikation von Matrizen ist nicht kommutativ.

The screenshot shows a CAS window titled "Edit Aktion Interaktiv". It displays the following matrices and operations:

- Matrix a : $\begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{bmatrix} \Rightarrow a$
- Matrix b : $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow b$
- Product $b \cdot a$: $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$
- Product $a \cdot b$: $\begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

The bottom status bar indicates "Algeb Standard Real Bog".

Seite 356 Lehrtext

Die Matrix A^{-1} zur Umkehrabbildung wird mit dem CAS berechnet (Fig.3).

Man erkennt, dass die Koeffizienten von A^{-1} alle den gemeinsamen Nenner $D = a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1$ haben.

A^{-1} ist daher nur dann berechenbar, wenn D von 0 verschieden ist.

Man nennt $a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1$ die Determinante von A .

The screenshot shows a CAS window titled "Edit Aktion Interaktiv". It displays the following matrices and operations:

- Matrix A : $\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} \Rightarrow A$
- Inverse matrix A^{-1} : $\begin{bmatrix} \frac{b_2}{a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1} & \frac{-b_1}{a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1} \\ \frac{-a_2}{a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1} & \frac{a_1}{a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1} \end{bmatrix}$
- Determinant $\det(A)$: $a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1$

The bottom status bar indicates "Algeb Standard Real Bog".

Fig. 3

Seite 357 Lehrtext

Für den Flächeninhalt A des von den Vektoren \vec{a} und \vec{b} aufgespannten Parallelogramms gilt:

$$A^2 = \vec{a}^2 \cdot \vec{b}^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = \det(A)^2 \quad (\text{Fig. 4})$$

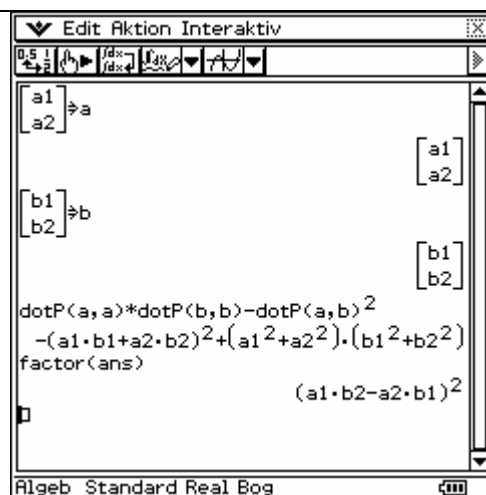


Fig. 4

Seite 358 Beispiel 1

Spiegelung an der ersten Winkelhalbierenden durch die Matrix A.

Drehung um 30° an O durch die Matrix B.

$$C_1 = A^{-1} \cdot B$$

$$C_2 = B \cdot A^{-1}$$

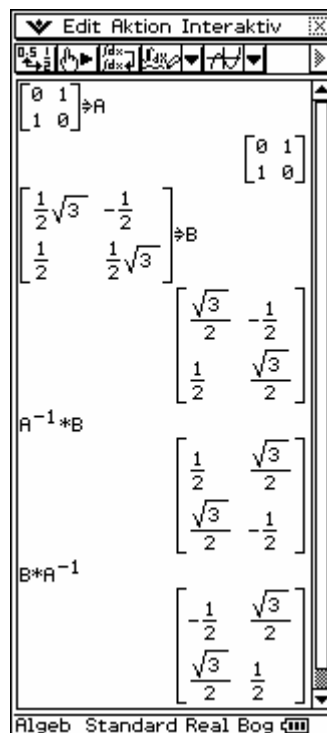


Fig. 1 / 2

Seite 358 Beispiel 2

Der Flächeninhalt wird nach Satz 3 Seite 357 mithilfe der Determinanten berechnet.

Da eine Determinante nur von einer Matrix berechnet werden kann, werden mithilfe des augment-Befehls die beiden Vektoren, die das Dreieck aufspannen zu einer Matrix „aneinander gehängt“.

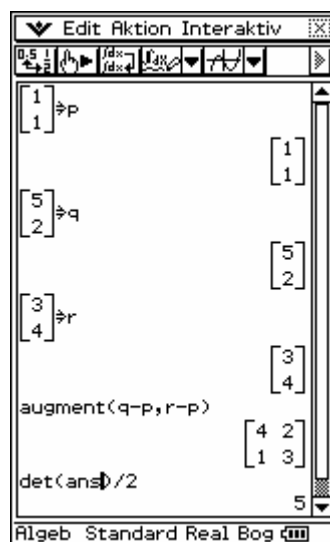
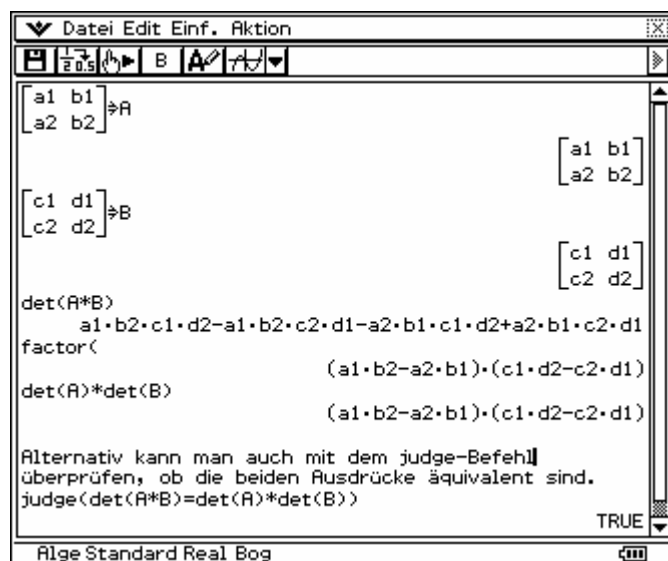


Fig. 3

Seite 359 Aufgabe 10



Seite 361 Beispiel 1

a)

1. Bestimmung der Eigenwerte mithilfe der charakteristischen Gleichung
2. Bestimmung der Eigenwerte mithilfe des implementierten Befehls eigVl (Eigenvalue) (Fig. 1)

Gesucht ist ein Vektor \vec{x} mit
 $A \cdot \vec{x} = \lambda \cdot \vec{x} \Leftrightarrow A \cdot \vec{x} - \lambda \cdot \vec{x} = 0$

Die Lösung des entsprechenden Gleichungssystems ergibt $x = -y$, $y = y$. Das bedeutet, dass der gesuchte

Vektor die Form $\begin{pmatrix} -y \\ y \end{pmatrix}$ bzw. $\begin{pmatrix} -t \\ t \end{pmatrix}$ hat.

Alternativ lassen sich die Eigenvektoren mithilfe des implementierten Befehls eigVc (Eigenvectors) bestimmen. Der Befehl liefert eine Matrix, in der die Spalten die normierten Einheitsvektoren einer quadratischen Matrix repräsentieren.

b)

Die Bildgerade einer zu $g: \vec{x} = t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ parallelen

Geraden durch den Stützpunkt $P(u | v)$ hat den

Richtungsvektor $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ und den Stützpunkt

$P'(u - v | u + 3v)$ (Fig. 2).

Da der Vektor $\overrightarrow{PP'} = \begin{pmatrix} -v \\ u + 2v \end{pmatrix}$, außer wenn $u = -v$, nicht

zum Richtungsvektor von g parallel ist, kann P' nicht auf g liegen. Falls $u = -v$, liegt aber P auf g .

Also gibt es keine weiteren Fixgeraden.

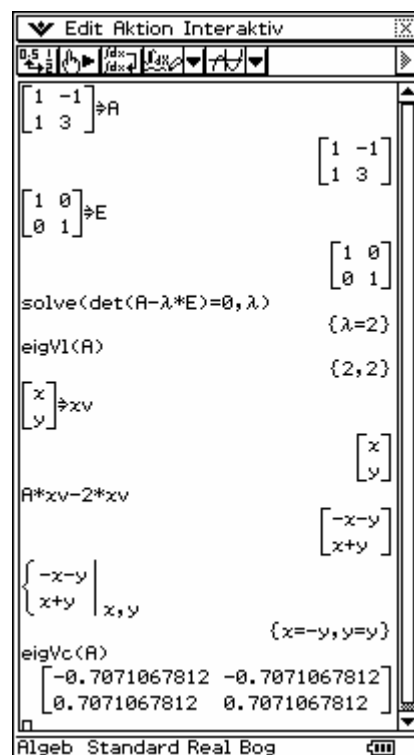


Fig. 1

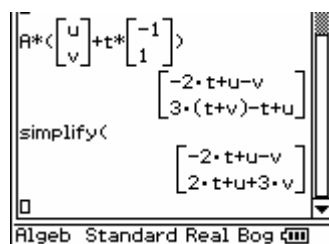


Fig. 2

Seite 361 Beispiel 2

a)

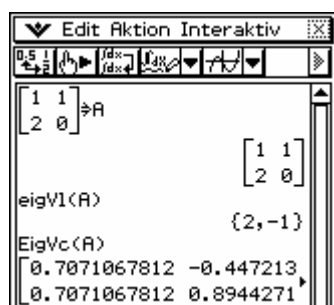


Fig. 3

b)

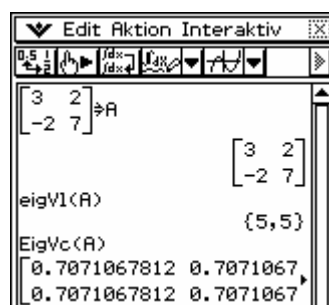


Fig. 4

XIII Geometrische Abbildungen und Matrizen

c)

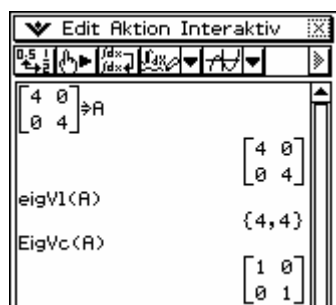


Fig. 5

d)



Fig. 6